

Przewodnik pedagogiczny



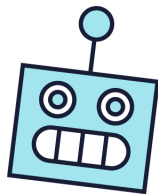
Wzmacnianie kompetencji
matematycznych uczniów dzięki
narracji i elementom zabawy



Dofinansowane przez
Unię Europejską

ENIGMATHIC

PROJEKT



SYTUACJA W UNII EUROPEJSKIEJ

Matematyka często budzi mieszane reakcje wśród uczniów — niektórzy ją lubią, inni mają trudności lub czują się z nią niepowiązani. Co najbardziej intrygujące, to rozdzielenie między naukami ścisłymi a umiejętnościami językowymi przyczyniło się do powstania stereotypów dzielących uczniów na dwie kategorie: „naukowców” (logika, liczby, obliczenia) oraz „humanistów” (dobrzy czytelnicy, biegli pisarze). Taki podział przez dekady pogłębiał różnice ze względu na płeć i status społeczno-ekonomiczny uczniów — co wciąż widać w wynikach PISA z 2022 roku, gdzie dziewczęta przewyższają chłopców w czytaniu, podczas gdy chłopcy osiągają lepsze wyniki z matematyki. Wyniki te podkreślają również niepokojący wpływ statusu społeczno-ekonomicznego na ogólne wyniki edukacyjne. Problem ten szczególnie dotyczy **Belgii, Grecji, Francji i Rumunii**. Na przykład w Grecji i Francji znaczna liczba uczniów z doświadczeniem migracyjnym boryka się z trudnościami w nauce, często z powodu barier językowych, różnic kulturowych i ograniczonego dostępu do wsparcia edukacyjnego.

Dane PISA z 2022 roku wskazują także na duży spadek wyników zarówno z matematyki, jak i z umiejętności czytania, szczególnie w **Polsce, Grecji i Francji**. Piętnastoletni uczniowie osiągnęli poziom zbliżony do czternastolatków z 2018 roku. OECD szacuje, że 30% europejskich uczniów nie osiąga minimalnego poziomu biegłości w matematyce, a 25% w czytaniu. Innymi słowy, uczniowie znajdują się poniżej Poziomu 2 — podstawowego standardu testów PISA, który wszyscy uczniowie powinni osiągnąć do końca edukacji średniej. Na tym poziomie uczniowie potrafią korzystać z prostych algorytmów, podstawowej wiedzy naukowej oraz interpretować nieskomplikowane teksty.

Wyniki te jasno pokazują potrzebę łączenia matematyki i umiejętności czytania w spójną całość. Aby rozwiązać problem matematyczny, uczeń musi najpierw przeczytać i zrozumieć instrukcję — co pomaga mu również w radzeniu sobie z codziennymi wyzwaniami.



PROPOZYCJA ENIGMATHICO

Cel Enigmathico jest prosty: **uczynić matematykę zabawną i dostępną dla wszystkich uczniów**. Aby ożywić nauczanie STEM, nasze podejście łączy umiejętności czytania i pisania z matematyką. Poprzez wykorzystanie opowiadania historii i narzędzi grywalizacji dążymy do opracowania metodologii, która będzie dostępna, międzyprzedmiotowa i łatwo adaptowalna do potrzeb zróżnicowanych uczniów. Takie podejście stanowi odpowiedź na nierówności edukacyjne i zjawisko przedwczesnego kończenia nauki.

Metoda umieszcza matematykę w kontekście realnych sytuacji i wyzwań społecznych (zmiany klimatyczne, inkluzja, sprawiedliwość społeczna), aby wspierać angażujące, krytyczne i dynamiczne uczenie się matematyki. Wierzymy, że wprowadzenie matematyki do konkretnych i namacalnych sytuacji może zwiększyć motywację uczniów.

W związku z tym partnerstwo opracowuje zestaw solidnych narzędzi, współtworzonych przez nauczycieli oraz specjalistów z dziedziny edukacji i wydawnictw, aby wzmocnić interdyscyplinarne podejście tych materiałów:

- aktualny przewodnik pedagogiczny przedstawiający metodologię Enigmathico i edukację pozaformalną,
- sześć pudełek Enigmathico dostosowanych do dwóch grup wiekowych (8–10 lat i 10–12 lat), z których każde zawiera: interaktywną powieść-zagadkę, narzędzia i gry matematyczne oraz karty pracy dla nauczycieli,
- pięć krajowych webinarów dostępnych online,
- przewodnik wdrażania, który pomoże przyszłym użytkownikom zintegrować zasoby projektu w różnych kontekstach.

GRUPY DOCELOWE

Pudełka Enigmathico zostały zaprojektowane z myślą o uczniach w wieku od 8 do 12 lat, czyli w okresie, gdy nauczanie matematyki staje się bardziej abstrakcyjne. Biorąc pod uwagę silny nacisk metodologii na włączające podejście, skupiamy się szczególnie na uczniach zagrożonych utratą motywacji do nauki matematyki — z powodu trudności edukacyjnych, środowiska społeczno-edukacyjnego lub braku zainteresowania — aby na nowo rozbudzić ich chęć do nauki.

Projekt został opracowany z myślą o realizacji we współpracy z nauczycielami; dlatego też szereg zasobów jest skierowanych bezpośrednio do profesjonalistów. To właśnie nauczyciele



pełnią rolę przewodników — wdrażają metodę, monitorują postępy uczniów i wspierają proces dydaktyczny.

DOSTOSOWANIE DO PODSTAWY PROGRAMOWEJ

Współpracując z nauczycielami z różnych krajów europejskich (Belgia, Francja, Grecja, Rumunia i Polska), podejście Enigmathico zapewnia zgodność z krajowymi i międzynarodowymi standardami programowymi. Partnerstwo korzysta z wiedzy specjalistów w dziedzinie edukacji pozaformalnej, którzy wspólnie wymieniają się doświadczeniami i współtworzą narzędzia gwarantujące przydatność materiałów w formalnej edukacji w różnych kontekstach europejskich.



Sfinansowano przez Unię Europejską. Wyrażone poglądy i opinie należą jednak wyłącznie do autora(ów) i nie muszą odzwierciedlać stanowiska Unii Europejskiej ani Europejskiej Agencji Wykonawczej ds. Edukacji i Kultury (EACEA). Ani Unia Europejska, ani EACEA nie ponoszą za nie odpowiedzialności.

Numer projektu: 2024-1-FR01-KA220-SCH-000250364



SPIS TREŚCI

CZĘŚĆ 1: PEDAGOGIKA POZAFORMALNA W NAUCZANIU MATEMATYKI

A/ Pedagogika pozaformalna w nauczaniu matematyki

B/ Łączenie umiejętności czytania i pisanania z umiejętnościami matematycznymi

C/ Podejścia sensoryczne i holistyczne

CZĘŚĆ 2: ZASTOSOWANIA PRAKTYCZNE

A/ Przykładowe aktywności

B/ Scenariusze do zastosowania

C/ Narzędzia cyfrowe w praktyce

CZĘŚĆ 3: ROZWIJANIE KLUCZOWYCH KOMPETENCJI

A/ Umiejętności psychospołeczne

B/ Kompetencje cyfrowe

C/ Umiejętności STEM

CZĘŚĆ 4: INKLUZJA I RÓŻNORODNOŚĆ

A/ Dostosowanie praktyk pedagogicznych

B/ Ograniczanie nierówności

C/ Reprezentacja kulturowa i zróżnicowana tematyka

CZĘŚĆ 5: EWALUACJA I CIĄGŁE DOSKONALENIE

A/ Wskaźniki ewaluacji

B/ Informacja zwrotna

PERSPEKTYWY NA PRZYSZŁOŚĆ



CZĘŚĆ 1: PEDAGOGIKA POZAFORMALNA W NAUCZANIU MATEMATYKI



A/ PEDAGOGIKA POZAFORMALNA W NAUCZANIU MATEMATYKI

Nauczanie matematyki nie musi być jednokierunkowe i nudne. W tej sekcji omówimy kilka innowacyjnych podejść do matematyki, a mianowicie pedagogikę pozaformalną, łączenie umiejętności matematycznych z umiejętnościami czytania i pisanie oraz podejścia sensoryczne i holistyczne.

Przede wszystkim ważne jest, aby zrozumieć, gdzie pedagogika pozaformalna wpisuje się w inne ustalone metody nauczania. Do tej pory wyróżnia się trzy rodzaje metod nauczania:

- Najczęściej stosowaną metodą jest **edukacja formalna**, która odbywa się w zorganizowanym środowisku instytucjonalnym, takim jak szkoła lub centrum szkoleniowe. Jest ona zorganizowana w sposób sztywny i ustandaryzowany, obejmuje ocenianie i zazwyczaj prowadzi do uzyskania certyfikatu lub dyplomu.



Źródło zdjęcia: pexels-photo



- Całkowicie inne podejście reprezentuje **nauczanie nieformalne**, które towarzyszy uczniom spontanicznie i naturalnie. Nie jest ono zorganizowane w ten sam sposób, co poprzednie podejście, i opiera się na osobistym doświadczeniu oraz interakcjach społecznych. Jest to spontaniczna nauka, która nie ma określonych celów i jest kształtowana przez społeczne oraz kulturowe środowisko, w którym żyje uczeń. Przykłady nauki nieformalnej to nauka języka podczas podróży, oglądanie filmów dokumentalnych lub nauka gotowania przez obserwowanie rodzica.



Źródło zdjęcia: pexels-photo

- Gdzie więc mieści się edukacja pozaformalna w tym wszystkim? Otóż, całkiem prosto, gdzieś pomiędzy! Zlokalizowana poza tradycyjnym systemem edukacyjnym, czyli „formalnym”, jest jednak **zorganizowana i zaplanowana**. Jest **bardziej elastyczna i dostosowana do potrzeb każdego ucznia**, a jednocześnie **ma na celu realizację określonych celów edukacyjnych**, w przeciwieństwie do nauki nieformalnej. Nauka opiera się na doświadczeniu, a uczniowie aktywnie uczestniczą w warsztatach, projektach itp¹.

¹ (Enseignement Non-formel, 2024) (Education Formelle/Non-formelle/Informelle, 2015)



Źródło zdjęcia: Flickr

W tym przewodniku skoncentrujemy się głównie na nauce pozaformalnej. Jak już zauważyliśmy, jest to podejście bardziej elastyczne, które pozwala uczniom aktywnie uczestniczyć, jednocześnie mając wcześniej określony cel edukacyjny. Nauka pozaformalna zazwyczaj nie prowadzi do uzyskania dyplomu ani innej formy certyfikacji. Niemniej jednak, może przyczynić się do **rozwoju osobistego i zawodowego**, a także do nabywania niezbędnych umiejętności.

Można ją więc łatwo uznać za **komplementarną** do bardziej tradycyjnego podejścia formalnego.

Jej zasady opierają się na:

1. Elastyczności: Elastyczność w zakresie metod nauczania, treści i miejsc sprawia, że może być dostosowana do potrzeb i tempa uczniów, uwzględniając kontekst społeczny i kulturowy.
2. Aktywnym uczestnictwie: Kluczowe jest zachęcanie do wymiany, współpracy i uczenia się na podstawie doświadczeń.
3. Uczeniu się przez całe życie: To podejście promuje uczenie się przez całe życie, pokazując, że edukacja nie jest ograniczona do szkoły.
4. Przynosi ona kilka korzyści, w tym:

Przynosi ona kilka korzyści, w tym:

- Zwiększoną dostępność dla uczniów spoza formalnego systemu edukacji, umożliwiając oferowanie alternatyw dostosowanych do ich specyficznych potrzeb.
- Zwiększenie zaangażowania i motywacji uczniów poprzez aktywne podejście uczestniczące.



- Rozwój umiejętności praktycznych, które poprawiają zdolności w obszarach, które korzystnie wpływają na życie osobiste i zawodowe, takich jak współpraca, komunikacja i rozwiązywanie problemów.

W serii wywiadów z osobami zaangażowanymi w różne dziedziny edukacji, zadaliśmy pytanie otwarte, aby zebrać ich perspektywy na temat tego, jak podejścia pozaformalne mogą rozwiązać wyzwania związane z nauką matematyki. Oto co powiedzieli:

Pierre CRESPIEN, mediator naukowy w Stowarzyszeniu EurëK'Alès, zauważa:

„Podejście pozaformalne ma niezaprzeczalną zaletę dzięki kontekstowi, w jakim się odbywa...” „Brak obowiązków i kontroli... umożliwia badanie wielu koncepcji poza tradycyjnym ramami szkolnymi.”

Ponadto, jak zauważa **Houria Lafrance**, nauczycielka matematyki i prezes Stowarzyszenia **Les Maths en Scène**:

„Przede wszystkim podejścia pozaformalne muszą być dostępne i angażujące. Muszą stymulować motywację uczniów, przyjemność i ciekawość. Kluczowym elementem jest rozwijanie pewności siebie: ważne jest stworzenie środowiska, w którym błędy traktowane są jako regularna część procesu nauki. Interdyscyplinarność również odgrywa fundamentalną rolę.”

Dodatkowo, w tym podejściu do nauki, **Gautier DIETRICH**, nauczyciel klasy przygotowawczej specjalizującej się w matematyce i informatyce w liceum (15-18 lat), zauważa:

„Podejścia pozaformalne, takie jak opowiadanie historii i gry, mogą pomóc uczniom rozwijać zdolność przenoszenia się do wirtualnego środowiska i akceptowania reguł.” „Historia matematyki i jej zastosowanie w innych dziedzinach może uczynić ten przedmiot bardziej konkretnym i dostępnym. Użycie obiektów sensorycznych może uczynić definicje matematyczne bardziej zrozumiałymi.”

W zgodzie z tymi perspektywami, **Giorgos ALVANOPOULOS**, ekspert w dziedzinie edukacji specjalnej, wyjaśnia:

„Podejścia edukacyjne pozaformalne są szczególnie cenne dla uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. Standardowy program nauczania w formalnej edukacji może być zbyt sztywny dla tych uczniów, a metody pozaformalne często oferują skuteczniejsze wsparcie w ich nauce.”

Na koniec, **Emilie DAYDÉ**, doradczyni edukacyjna ds. nowoczesnych języków obcych i języków regionalnych w departamencie, mówi:

„Podejścia pozaformalne mogą uczynić naukę bardziej zabawną i motywującą, umożliwiając uczniom postępowanie w ich własnym tempie.”



B/ ŁĄCZENIE UMIEJĘTNOŚCI CZYTANIA I PISANIA Z UMIEJĘTNOŚCIAMI MATEMATYCZNYMI

Umiejętności czytania i pisania oraz umiejętności matematyczne są kluczowymi kompetencjami, które odgrywają istotną rolę w nauce. Łącząc je z podejściem pozaformalnej edukacji, można stworzyć interesujące możliwości do nauki interdyscyplinarnej.

Zgodnie z oficjalną notą informacyjną, OECD² definiuje umiejętności czytania i pisania oraz umiejętności matematyczne w następujący sposób:

- **Umiejętność czytania i pisania** to zdolność do rozumienia i wykorzystywania informacji pisanych w życiu codziennym, w domu, w pracy i w szkole, w celu osiągnięcia celów osobistych oraz poszerzania wiedzy i umiejętności.
- **Umiejętności matematyczne** to zdolność osoby do przyswajania, walidowania, wykonywania i rozumowania matematycznego w celu rozwiązywania problemów w różnych rzeczywistych kontekstach.

Umiejętności czytania i pisania oraz umiejętności matematyczne są ze sobą ściśle powiązane. Jak zauważa Melina STAMPOULI, doradca pedagogiczny w szkołach podstawowych: „Dobra umiejętność rozumienia tekstów pisanych jest podstawowa do rozwiązywania problemów matematycznych. Uczniowie, którzy potrafią zrozumieć instrukcje, analizować teksty i komunikować swoje myśli, odnoszą większy sukces w rozumowaniu matematycznym”. Podkreśla to znaczenie integracji obu umiejętności w celu poprawy zdolności rozwiązywania problemów matematycznych.

Aby zilustrować, jak te umiejętności mogą zostać zintegrowane w edukacji pozaformalnej, przedstawiamy kolejny przykład z projektu [recreaMATHS](#)³.

Projekt ten, skierowany do dzieci w wieku 4-7 lat, koncentruje się na języku matematyki, kontekstualizując go poprzez opowiadania. Pojęcia matematyczne są integrowane w narracyjne e-booki, które przedstawiają sytuacje z życia codziennego, takie jak bohaterowie zwiedzający muzeum lub odkrywający cztery pory roku. Takie podejście zachęca dzieci do zaangażowania się i zanurzenia w nauce.

² <file:///C:/Users/utilisateur11/Downloads/ni-23-31-156437-1.pdf>

³ <https://recreamaths.eu/fr/>

Gra i manipulacja są również integralną częścią tego projektu, który zawiera przewodniki 3D umożliwiające dzieciom interaktywne odkrywanie pojęć matematycznych, wykorzystując techniki manipulacyjne w celu wspierania głębszego i trwalszego zrozumienia.

Różnorodność zasobów w projekcie recreaMATHS pozwala na wybór narzędzi, które można łatwiej dostosować do potrzeb i zainteresowań uczniów. Inkluzywne podejście zasobów edukacyjnych zapewnia, że wszystkie profile uczniów będą miały możliwość rozwoju umiejętności matematycznych i czytelniczych.

Innym przykładem edukacji pozaformalnej, która łączy umiejętności matematyczne i czytelnicze, jest projekt [MathandMove](#)⁴.

Projekt ten łączy matematykę z ruchem ciała oraz opowiadaniem historii dla dzieci w wieku 6-9 lat. Zawiera arkusze ćwiczeń na temat konkretnych pojęć matematycznych. Dzieci są zachęcane do ćwiczenia ruchów samodzielnie lub w grupach i nauki pojęć matematycznych w zabawny sposób, na przykład poprzez kręcenie magicznym kołem, aby poznać dzielenie i mnożenie lub mierzenie przedmiotów za pomocą części ciała.

W projekcie znajdują się także interaktywne e-booki narracyjne wprowadzające do matematycznych aktywności. Historie służą jako kontekst, który angażuje dziecko, motywując je i czyniąc omawiane pojęcia bardziej dostępnymi.

Nauczyciele mają dostęp do szerokiego zakresu zasobów, w tym lekcji, arkuszy ćwiczeń, filmów i e-booków, które można dostosować do różnych typów uczniów, w szczególności tych mających trudności w nauce, oraz wskazówek dotyczących dostosowywania do różnych grup wiekowych.

W tym projekcie kładzie się nacisk na zabawę i gry, aby angażować uczniów w dynamiczny i inkluzyjny sposób.

C/ PODEJŚCIA SENSORYCZNE I HOLISTYCZNE

Doświadczenie nauki jako całości poprzez **zmysły** (wzrok, dotyk, słuch itp.) oraz **łączenie jej z rzeczywistością** sprzyja uczynieniu przedmiotów ścisłych – a zwłaszcza matematyki – bardziej przystępnymi dla każdego. Podejście sensoryczne, oparte na założeniu, że uczymy się poprzez zmysły, oraz podejście holistyczne, które uwzględnia całościowy rozwój dziecka, choć różne, mogą się wzajemnie uzupełniać, tworząc bogate i znaczące środowisko uczenia się.

⁴ <https://mathandmove.eu/fr/home-2/>

Eksperymentowanie z przedmiotami, użycie kolorów i inne elementy wspierają chęć i przyjemność uczenia się u dzieci już od najmłodszych lat – i mogą trwać przez całe życie. Takie podejście dostosowuje się do różnych stylów uczenia się i profili uczniów, pomagając trwale zakotwiczyć wiedzę.

Oto przykład dobrej praktyki z wywiadu z **Cathy Vandenbroeck, psycholożką i nauczycielką szkoły podstawowej**:

„Bardzo lubię stosować perkusję ciała u uczniów, którzy zaczynają się uczyć tabliczki mnożenia. Na przykład przy tabliczce z 2, uczeń maszeruje w miejscu, liczy w myślach i wypowiada liczbę tylko wtedy, gdy stawia prawą nogę. (...) Przy tabliczce z 4, maszeruje w miejscu (lewa 1, prawa 2), uderza w uda (lewa 3, potem prawa), mówi „cztery” na głos i zaczyna od nowa. Użycie rytmu pomaga zrozumieć i przyswoić pojęcie tabliczki mnożenia w bardzo konkretny sposób.”

Jak mówi **logopedka Cécile Dewolf**:

„Musimy naprawdę wprowadzić więcej praktycznej, konkretnej nauki. Nauczanie matematyki jest zbyt abstrakcyjne i oderwane od rzeczywistości. Bardzo ważne jest, aby dzieci zrozumiały, że matematyka jest wokół nich cały czas. Niezależnie od tego, czy chodzi o numery domów, czy inne rzeczy – liczby są częścią naszego codziennego życia.”

Odniesienie pojęć do sytuacji z życia codziennego i pokazanie, jak współgrają z innymi dziedzinami, nadaje sens procesowi uczenia się. Należy jednak również spojrzeć na ucznia jako całość, uwzględniając jego różne cechy, takie jak rodzaj inteligencji, aspekty emocjonalne, kontekst społeczny, a nie tylko intelekt w wąskim tego słowa znaczeniu.

Połączenie tych dwóch podejść do nauki matematyki może być naprawdę stymulujące i odpowiednie dla różnych profili uczniów (O'Malley, 2023).

Projekt „My Box of STEAM” ma na celu uczynienie matematyki dostępną dla wszystkich uczniów poprzez włączenie doświadczeń sensorycznych i zajęć praktycznych. Oferuje on praktyczne, interdyscyplinarne zestawy aktywności. Te zestawy, zaprojektowane dla dzieci w wieku 6–12 lat, umożliwiają rozwijanie umiejętności w zakresie STEAM (nauka, technologia, inżynieria, sztuka i matematyka) poprzez projekty, takie jak tworzenie gier czy przeprowadzanie eksperymentów naukowych. Takie podejście sprzyja współpracy i wymianie wiedzy.

Wspomniany wcześniej projekt [MathandMove](#) również opiera się na tych podejściach. Koncentruje się na integrowaniu ruchu fizycznego z nauczaniem matematyki, pokazując, jak czytanie, pisanie i rachunek można łączyć za pomocą stymulujących, nieszablonowych metod. Z jednej strony – na poziomie sensorycznym – poprzez ruch, w zajęciach takich jak nauka linii geometrycznych przez poruszanie się w przestrzeni czy rozumienie ułamków poprzez taniec. Z

drugiej – w sposób holistyczny – podchodząc do matematyki w różnych kontekstach, wykorzystując gry, wyzwania, opowieści oraz tematy z codziennego życia.

Podsumowując, pozaformalna pedagogika, która łączy umiejętności czytania i pisanie z podejściem sensorycznym i holistycznym, może sprawić, że nauka matematyki stanie się bardziej angażująca, wzbogacająca i przyjemna. W kolejnym rozdziale znajdziesz konkretne przykłady, jak można to zastosować w praktyce.



CZĘŚĆ 2: ZASTOSOWANIE PRAKTYCZNE



Projekt Enigmathico na nowo definiuje sposób nauczania matematyki, integrując opowiadania i literaturę z pojęciami liczbowymi. Ponieważ matematyka często postrzegana jest jako sztywna lub oderwana od codzienności, Enigmathico pokazuje, że może być dynamiczna i przystępna, jeśli zostanie przedstawiona w formie narracyjnej. Uczniowie uczestniczą w matematycznych przygodach, w których problemy są osadzone w znanych opowieściach, co sprawia, że abstrakcyjne pojęcia stają się bardziej namacalne i łatwiejsze do zrozumienia.

W tym rozdziale omówiono praktyczne zastosowania metodologii Enigmathico w klasie — przedstawiono możliwe do adaptacji aktywności, scenariusze wykorzystania oraz narzędzia cyfrowe, które zwiększają zaangażowanie uczniów w różnych środowiskach edukacyjnych.

A/ PRZYKŁADOWE AKTYWNOŚCI

Poniższa sekcja przedstawia przykładowe aktywności, które pokazują, w jaki sposób opowiadania mogą być skutecznie wykorzystywane do nauczania matematyki uczniów w wieku 7–12 lat.

Tajemnica zagubionej liczby

Uczniowie wcielają się w detektywów rozwiązujących tajemniczą sprawę, w której liczby znikają z historycznych dokumentów. Każda odkryta wskazówka prowadzi do zadania arytmetycznego, które trzeba rozwiązać, aby iść dalej.

- **Zakres matematyczny:** dodawanie, odejmowanie, rozumowanie logiczne.
- **Wdrożenie:** nauczyciel rozdaje ponumerowane wskazówki, z których każda zawiera zagadkę lub wyzwanie arytmetyczne. Uczniowie rozwiązują je wspólnie, aby posuwać się naprzód w historii.
- **Rezultat:** wzmacnia umiejętność rozwiązywania problemów i biegłość rachunkową, jednocześnie zachęcając do pracy zespołowej.

Matematyk podróżujący w czasie

Młody matematyk przypadkowo uruchamia maszynę czasu i podróżuje do różnych okresów historycznych. Aby wrócić do teraźniejszości, uczniowie muszą rozwiązać matematyczne zagadki z każdej z epok.



- **Zakres matematyczny:** geometria, historyczne systemy liczbowe, rozwiązywanie równań.
- **Wdrożenie:** Każdy okres historyczny przedstawia nowe wyzwanie.
- **Rezultat:** Łączy matematykę z historią, zachęcając do uczenia się w kontekście.

Dylemat architekta

Uczniowie wcielają się w rolę architektów projektujących nowe miasto, dbając o to, aby wszystkie budynki i drogi były zgodne z zasadami matematycznymi.

- **Zakres matematyczny:** geometria, proporcje, symetria, miary.
- **Wdrożenie:** Uczniowie tworzą plany na papierze milimetrowym lub korzystają z narzędzi cyfrowych, takich jak Tinkercad, aby zaprojektować plany i obliczyć wymiary.
- **Rezultat:** Pokazuje praktyczne zastosowania matematyki w rzeczywistym świecie.

Zaczarowany las

Uczniowie odkrywają magiczny las, w którym drzewa rosną w określonych wzorcach, a oni muszą rozszyfrować te sekwencje, aby otworzyć ścieżki.

- **Zakres matematyczny:** wzorce liczbowe, sekwencje, ciąg Fibonacciego.
- **Wdrożenie:** Uczniowie analizują wzorce wzrostu drzew i przewidują kolejne elementy w sekwencji.
- **Rezultat:** Zwiększa zrozumienie sekwencji matematycznych i ich obecności w naturze.

B/ SCENARIUSZE DO ZASTOSOWANIA

W poniższej sekcji przedstawiono propozycje pokazujące, jak podejście Enigmathico może być zastosowane w różnych warunkach klasowych dla uczniów w wieku 7–12 lat. Każdy scenariusz zawiera opis, praktyczny przykład oraz kluczowe korzyści, ilustrując elastyczność i inkluzyjność nauczania matematyki opartego na opowiadaniu historii.

Zajęcia z całą klasą

Cała klasa angażuje się we wspólną matematyczną przygodę, współpracując przy rozwiązywaniu problemów i postępach w historii.

- **Przykład:** „Tajemnica zaginionej liczby” to lekcja w temacie detektywistycznym, gdzie uczniowie wspólnie odkrywają brakujące cyfry w historycznych dokumentach.



- **Realizacja:** Nauczyciel opowiada historię, a uczniowie rozwiązują problemy na bieżąco, co sprzyja zaangażowaniu i współpracy w rozwiązywaniu problemów.
- **Korzyści:** Promuje aktywne uczestnictwo, pracę zespołową i krytyczne myślenie, rozwijając kluczowe umiejętności rozwiązywania problemów.

Współpraca w małych grupach

Uczniowie dzielą się na małe grupy, z których każda zajmuje się różnymi aspektami historii i później dzieli się swoimi odkryciami z całą klasą.

- **Przykład:** „Dylemat architekta” stawia przed grupami wyzwanie zaprojektowania geometrycznie poprawnych struktur na podstawie ustalonych ograniczeń matematycznych.
- **Korzyści:** Zachęca do komunikacji, nauki od rówieśników i współpracy, umożliwiając nauczycielowi udzielanie indywidualnego wsparcia.

Warsztaty międzydyscyplinarne

Ten scenariusz łączy matematykę z innymi przedmiotami, oferując wszechstronne, interdyscyplinarne doświadczenie edukacyjne.

- **Przykład:** Uczniowie badają matematyczne wzory w zjawiskach przyrodniczych lub artefaktach kulturowych—na przykład ciąg Fibonacciego w układzie ziaren słonecznika lub kształty geometryczne w architekturze historycznej. Uczniowie rozwiązują związane z tym problemy, aby zrozumieć, jak matematyka pomaga wyjaśniać otaczający nas świat.
- **Korzyści:** Wzmacnia przekonanie, że matematyka jest uniwersalnym językiem. Zachęca do nauki holistycznej, budzi ciekawość oraz pokazuje powiązania między naukami, historią i sztuką.

Programy rozwijające po szkole

Te zajęcia rozszerzają naukę poza regularnymi godzinami, oferując nieformalne, oparte na projektach możliwości łączenia opowiadania historii z eksploracją matematyczną.

- **Przykład:** Uczniowie mogą stworzyć książkę opowieści lub grę cyfrową, taką jak „Mapa skarbu piratów”, używając współrzędnych i wektorów do projektowania wyzwań.



- **Korzyści:** Wspiera kreatywność, niezależne myślenie i głębsze zaangażowanie w matematykę w luźnym, praktycznym środowisku dostosowanym do zainteresowań uczniów.

Indywidualne ścieżki nauki

Dostosowuje naukę do indywidualnych potrzeb i tempa uczniów, umożliwiając eksplorację matematycznych pomysłów za pomocą spersonalizowanych działań związanych z opowiadaniem historii.

- **Przykład:** Korzystając z narzędzi cyfrowych, takich jak GeoGebra czy Scratch, uczniowie rozwiązują zagadki matematyczne wplecioną w dostosowane narracje. Jeden uczeń rozwiązuje proste zadania arytmetyczne, inny pracuje nad wyzwaniami algebraicznymi, wszystko w ramach tej samej historii.
- **Korzyści:** Wspiera klasy o zróżnicowanych umiejętnościach, odpowiadając na różnorodne potrzeby uczniów. Buduje pewność siebie, uwzględnia różne style uczenia się i zapewnia angażującą naukę dla każdego ucznia.

C/ NARZĘDZIA CYFROWE W PRAKTYCE

Poniższa sekcja przedstawia narzędzia cyfrowe i zasoby, które nauczyciele mogą wykorzystać do skutecznego wdrożenia matematyki opartej na opowiadaniu historii w angażujący sposób dla uczniów w wieku 7–12 lat.

Tinkercad



Tinkercad to łatwe w użyciu, internetowe narzędzie do projektowania i modelowania 3D, idealne do tworzenia kształtów i struktur geometrycznych. Pomaga wizualizować złożone pojęcia i rozwijać zdolności do myślenia przestrzennego.

Umiejętności matematyczne: Myślenie przestrzenne, symetria, proporcje, objętość, pole powierzchni.

Przykład: W "Dylemacie Architekta" uczniowie projektują budynki lub miasta, stosując geometrię do tworzenia proporcjonalnych, symetrycznych modeli.

Korzyści: Umożliwia praktyczne i wizualne podejście do geometrii; wspiera kreatywność i rozwiązywanie problemów w praktyce.

Odpowiednie dla wieku: Idealne dla uczniów w wieku 7–12 lat (z pomocą dorosłych dla młodszych uczniów).

Bezpłatne: Tak, darmowe po rejestracji konta.



 <https://www.tinkercad.com/>

Scratch



Scratch to platforma do programowania oparta na blokach, gdzie uczniowie tworzą interaktywne opowieści, gry i animacje.

Umiejętności matematyczne: Ciągi, logika, rozwiązywanie problemów, programowanie, myślenie algorytmiczne.

Przykład: Uczniowie tworzą "Matematyka Podróżującego w Czasie", gdzie rozwiązywanie zagadek z różnych okresów historycznych ujawnia kluczowe wydarzenia.

Korzyści: Zachęca do myślenia komputerowego i matematycznego poprzez kreatywne opowiadanie historii.

Odpowiednie dla wieku: Tak, szczególnie odpowiednie dla uczniów w wieku 8–12 lat (ScratchJr dostępny dla młodszych uczniów).

Bezpłatne: Tak.

 <https://scratch.mit.edu/>

Desmos



Desmos to potężny kalkulator graficzny, który umożliwia badanie funkcji i równań poprzez interaktywną wizualizację.

Umiejętności matematyczne: Rysowanie wykresów, algebra, geometria analityczna, funkcje.

Przykład: W "Zaczarowanym lesie" uczniowie rysują wzory wzrostu drzew (np. ciągi Fibonacciego) lub modelują dane za pomocą równań.

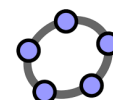
Korzyści: Ułatwia zrozumienie algebry poprzez manipulację wykresami w czasie rzeczywistym.

Odpowiednie dla wieku: Tak, szczególnie skuteczne dla uczniów w wieku 10–12 lat; młodsze dzieci mogą potrzebować wsparcia.

Bezpłatne: Tak.

 [Link do pobrania aplikacji](#)

GeoGebra



GeoGebra to interaktywne oprogramowanie matematyczne łączące geometrię, algebrę i rachunek różniczkowy, umożliwiające wizualne i analityczne uczenie się.

Umiejętności matematyczne: Geometria, algebra, pomiar, wizualizacja.

Przykład: W "Dylemacie Architekta" uczniowie konstruują modele 3D, testują projekty i badają



zależności matematyczne.

Korzyści: Wspiera uczenie się oparte na badaniach i interaktywne modelowanie; pomaga wizualizować abstrakcyjne pojęcia.

Odpowiednie dla wieku: Tak, z pomocą nauczyciela, odpowiednie od 9 roku życia.

Bezpłatne: Tak.

 <https://www.geogebra.org/>

Book Creator



Platforma do tworzenia multimedialnych książek obrazkowych przy użyciu tekstu, obrazów, wideo i audio.

Umiejętności matematyczne: Opowiadanie historii, sekwencjonowanie, rozwiązywanie problemów, planowanie układu.

Przykład: Uczniowie opowiadają historię "Matematyk podróżujący w czasie", integrując zagadki matematyczne, diagramy i ilustracje w cyfrowej książce.

Korzyści: Promuje kreatywność i personalizowane uczenie się; wspiera wielozmysłową umiejętność czytania.

Bezpłatne: Wersja bezpłatna z ograniczonymi funkcjami; pełny dostęp wymaga subskrypcji.

Odpowiednie dla wieku: Tak, doskonałe dla dzieci w wieku 7–12 lat.

 <https://bookcreator.com/>

Kahoot!



Kahoot! to platforma oparta na quizach, idealna do oceny wiedzy matematycznej w angażującym, konkurencyjnym formacie.

Umiejętności matematyczne: Rozumowanie logiczne, poczucie liczb, przypomnienie.

Przykład: Po lekcji "Mapa skarbu pirata" quiz sprawdza wiedzę uczniów na temat współrzędnych, kierunków lub kątów, które poznali w trakcie lekcji.

Korzyści: Zachęca do uczestnictwa i natychmiastowej informacji zwrotnej w zabawnej, przypominającej grę atmosferze.

Odpowiednie dla wieku: Tak, świetne dla wszystkich poziomów w przedziale wiekowym 7–12 lat.

Bezpłatne: Tak, wersja podstawowa jest darmowa; dostępne płatne opcje premium.

 <https://kahoot.com/>



Poprzez wdrażanie tych działań, metod i narzędzi, projekt Enigmathico oferuje dynamiczne, angażujące i interdyscyplinarne podejście do nauczania matematyki za pomocą literatury i opowiadania historii. Ta metoda nie tylko wzmacnia umiejętności matematyczne, ale także wspiera kreatywność, krytyczne myślenie i współpracę wśród uczniów o różnych stylach uczenia się. Co więcej, promuje inkluzyjność, odpowiadając na różnorodne potrzeby edukacyjne, zapewniając dostępność matematyki dla wszystkich uczniów, niezależnie od ich tła czy umiejętności. Dzięki połączeniu narracji i umiejętności matematycznych, Enigmathico przekształca tradycyjne nauczanie matematyki w immersyjne i wzbogacające doświadczenie edukacyjne.



CZĘŚĆ 3: ROZWIJANIE KLUCZOWYCH KOMPETENCJI



A/ UMIEJĘTNOŚCI PSYCHOSPOŁECZNE

Dlaczego umiejętności psychospołeczne są ważne?

Umiejętności psychospołeczne, takie jak **myślenie krytyczne, współpraca i wytrwałość**, są kluczowe dla procesu uczenia się i rozwoju osobistego dzieci. Pomagają one uczniom nie tylko osiągać sukcesy w nauce, ale również radzić sobie z wyzwaniami w codziennym życiu.

Matematyka stanowi idealne środowisko do rozwijania tych umiejętności poprzez działania twórcze i badawcze. Zgodnie z konstruktywistyczną teorią Vygotskiego, uczenie się staje się bardziej efektywne, gdy **uczniowie wchodzą ze sobą w interakcje, dyskutują i wymieniają się pomysłami**. Integrując umiejętności psychospołeczne z nauczaniem matematyki, uczniowie rozwijają logiczne myślenie, umiejętność pracy zespołowej oraz wytrwałość w pokonywaniu trudności.

Myślenie krytyczne w matematyce

Myślenie krytyczne to umiejętność analizowania, oceniania i wykorzystywania wiedzy w sposób umożliwiający skuteczne rozwiązywanie problemów⁵. W matematyce pozwala uczniom podejść do zadań w uporządkowany sposób, dostosowywać swoje myślenie oraz uzasadniać rozwiązania przy pomocy logicznych argumentów.

Jak matematyka wzmacnia myślenie krytyczne?

- Zadania otwarte dają uczniom możliwość poszukiwania wielu rozwiązań oraz rozwijania różnych strategii rozwiązywania problemów, co wzmacnia ich myślenie twórcze i analityczne⁶.
- Pytania badawcze, takie jak „Co jest przyczyną tego zjawiska?” czy „W jaki sposób możemy to udowodnić?”, zachęcają uczniów do pogłębiania myślenia, kwestionowania założeń i rozwijania umiejętności logicznego rozumowania⁷.

⁵ Facione, P. A. (1990). *Critical Thinking: A Statement of Expert Consensus for Purposes of Educational Assessment and Instruction*. The Delphi Report. California Academic Press.

⁶ Schoenfeld, A. H. (1992). *Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics*. Lawrence Erlbaum Associates.

⁷ Lipman, M. (2003). *Thinking in Education*. Cambridge University Press.



- Łączenie matematyki z rzeczywistymi sytuacjami, np. zarządzaniem finansami czy analizą problemów środowiskowych, pomaga uczniom dostrzec użyteczność matematyki i zastosować myślenie krytyczne w praktyce⁸.

Badania wykazały, że **uczniowie biorący udział w zajęciach opartych na metodzie badawczej rozwinięli silniejsze umiejętności rozumowania** i większą pewność w rozwiązywaniu złożonych i nieznanych problemów⁹.

Współpraca w matematyce

Uczenie się we współpracy ma miejsce wtedy, gdy dwie lub więcej osób wspólnie się uczą lub starają się razem zrozumieć dany temat¹⁰. Jest to również opisywane jako proces, w którym uczestnicy pracują razem, mając wspólny cel — rozwiązanie problemu¹¹.

W edukacji **współpraca** uznawana jest za jedną z kluczowych kompetencji XXI wieku i niezwykle ważne jest rozwijanie jej już od najmłodszych lat. Środowiska sprzyjające nauce we współpracy opierają się na komunikacji, interakcji i wspólnych celach. Badania pokazują, że współpraca może znacząco wzbogacić proces uczenia się, nawet w przypadku uczniów osiągających niższe wyniki w nauce¹².

Jak matematyka wzmacnia współpracę?

- Aktywności związane z rozwiązywaniem problemów w grupie sprzyjają dialogowi i wymianie argumentów matematycznych¹³.
- Nauczanie rówieśnicze oraz uczenie się we współpracy przyczyniają się do głębszego zrozumienia materiału¹⁴.

⁸ Boaler, J. (2016). *Mathematical Mindsets: Unleashing Students' Potential through Creative Math, Inspiring Messages and Innovative Teaching*. Jossey-Bass.

⁹ Bressoud, D. M., Rasmussen, C., & Bottenberg, E. (2015). Inquiry-Based Learning: A New Approach to Learning Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 88(3), 287-300.

¹⁰ Dillenbourg, P. (1999). *Collaborative Learning: Cognitive and Computational Approaches*. Elsevier.

¹¹ Roschelle, J., & Teasley, S. D. (1995). The Construction of Shared Knowledge in Collaborative Problem-Solving. In *Computer-Supported Collaborative Learning* (pp. 69-97). Springer.

¹² Lai, K. W. (2011). *The Impact of Collaborative Learning on Academic Performance: A Meta-analysis of Studies*. *Educational Research Review*, 6(1), 15-29.

¹³ Slavin, R. E. (2014). Cooperative Learning and Academic Achievement: Why Does Groupwork Work? *Educational Psychology Review*, 26(3), 1-7.

¹⁴ Webb, N. M. (2009). The Influence of Peers on Achievement in Collaborative Learning Groups. In *The Cambridge Handbook of the Learning Sciences* (pp. 477-493). Cambridge University Press.

- Projekty interdyscyplinarne z zakresu STEM wymagają pracy zespołowej oraz zastosowania koncepcji matematycznych do wyzwań z rzeczywistego świata¹⁵.

Badania wykazały, że uczniowie pracujący w zespołach do rozwiązywania problemów matematycznych rozwijali lepsze umiejętności komunikacyjne i osiągalni lepsze wyniki w rozwiązywaniu problemów w porównaniu do uczniów pracujących indywidualnie¹⁶.

Wytrwałość w rozwiązywaniu problemów matematycznych

Wytrwałość to umiejętność kontynuowania działań mimo trudności, uczenia się na błędach i modyfikowania strategii, gdy jest to potrzebne.

W kontekście matematyki oznacza to, że uczniowie nie zniechęcają się napotykając trudne zadania, lecz podejmują dalszy wysiłek, by przezwyciężyć trudności i znaleźć rozwiązanie.

Jak matematyka buduje wytrwałość?

- Nauczanie uczniów podejścia opartego na „growth mindset” (nastawienie na rozwój), czyli takiego, w którym błędy nie są postrzegane jako porażki, lecz jako okazje do nauki i doskonalenia umiejętności matematycznych¹⁷.
- Stosowanie tzw. produktywnej porażki, czyli dopuszczanie uczniów do samodzielnego odkrywania błędnych rozwiązań, zanim znajdą poprawne¹⁸.
- Wykorzystywanie technik wspierających (scaffolding), polegających na stopniowym zwiększaniu poziomu trudności zadań — początkowo z pomocą nauczyciela, a następnie z coraz większą samodzielnością ucznia, co pozwala budować umiejętności krok po kroku¹⁹.

Badania pokazują, że uczniowie pracujący nad wymagającymi zadaniami matematycznymi z odpowiednim wsparciem nauczyciela rozwijają większą wytrwałość oraz elastyczność w rozwiązywaniu problemów²⁰.

¹⁵ English, L. D. (2016). STEM Education: A Review of the Literature. *International Journal of STEM Education*, 3(1), 11-21.

¹⁶ Webb, N. M., & Farivar, S. (1994). *The Effects of Grouping Practices on the Achievement and Communication of Students*. *Journal of Educational Psychology*, 86(2), 348-358.

¹⁷ Dweck, C. S. (2006). *Mindset: The New Psychology of Success*. Random House.

¹⁸ Kapur, M. (2016). Productive Failure. *Learning and Instruction*, 41, 1-6.

<https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2015.10.001>

¹⁹ Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The Power of Feedback. *Review of Educational Research*, 77(1), 81-112. <https://doi.org/10.3102/003465430298487>

²⁰ Boaler, J. (2013). The Importance of Struggle in Learning Mathematics. Stanford University.

B/ KOMPETENCJE CYFROWE

Znaczenie kompetencji cyfrowych

Umiejętności cyfrowe są kluczowe w XXI wieku, odgrywając istotną rolę zarówno w edukacji, jak i w codziennym życiu. OECD podkreśla, że rozwijanie tych umiejętności poprawia proces nauki i przygotowuje uczniów na nieustannie zmieniający się świat technologii²¹. Ponadto badania wskazują, że wykorzystywanie technologii w edukacji może wspierać rozwój kreatywności, myślenia krytycznego i współpracy, które są niezbędnymi umiejętnościami w współczesnym społeczeństwie²².

Kompetencje cyfrowe a edukacja matematyczna

Technologia może pełnić w matematyce rolę mostu między teorią a praktyką, pomagając uczniom zrozumieć abstrakcyjne pojęcia poprzez interakcję. W edukacji matematycznej narzędzia cyfrowe oferują interaktywne sposoby zgłębiania koncepcji matematycznych, co sprawia, że nauka staje się bardziej angażująca i dostępna. Wykorzystanie technologii umożliwia uczniom eksperymentowanie z relacjami matematycznymi, testowanie hipotez i wizualizowanie abstrakcyjnych idei w sposób interaktywny, zamiast polegać wyłącznie na statycznych reprezentacjach²³.

Badania pokazują, że używanie interaktywnych narzędzi, takich jak symulacje i dynamiczne środowiska nauki, pomaga uczniom osiągnąć głębsze zrozumienie pojęć matematycznych²⁴. Dodatkowo, technologia może wspierać zróżnicowane podejście do nauki, umożliwiając uczniom postępowanie w sposób dostosowany do ich potrzeb oraz otrzymywanie indywidualnej informacji zwrotnej. Udział w cyfrowych aktywnościach rozwiązywania problemów, z dostosowanym wsparciem, pomaga uczniom myśleć bardziej logicznie i zyskiwać pewność siebie w rozwiązywaniu matematycznych wyzwań²⁵.

Interaktywne środowiska nauki, które oferują natychmiastową informację zwrotną, wspierają uczniów w doskonaleniu ich umiejętności rozwiązywania problemów i zachęcają do

²¹ OECD. (2021). The OECD Digital Education Outlook 2021: Pushing the Frontiers with Artificial Intelligence, Big Data, and Robotics. OECD Publishing.

²² Redecker, C. (2020). European Framework for the Digital Competence of Educators: DigCompEdu. European Commission. <https://doi.org/10.2760/159770>

²³ Clark-Wilson, A., Robutti, O., & Thomas, M. O. J. (2014). Teaching and Learning Mathematics with Technology: Integrating Digital Tools in Education. Springer.

²⁴ Fischer, F., Kollar, I., & Mandl, H. (2022). Interactive Learning Environments and Simulation: Supporting Conceptual Change in Mathematics Education. Springer.

²⁵ Wang, M., Liu, J., & Yang, L. (2021). Supporting Differentiated Learning in Digital Mathematics Education. Educational Technology Research and Development, 69(3), 611-628.



podejmowania kolejnych prób mimo trudności²⁶. Ponadto, **integracja danych z rzeczywistego życia w cyfrowym nauczaniu zwiększa zaangażowanie uczniów i pogłębia ich zrozumienie**, czyniąc naukę bardziej istotną, jednocześnie pomagając rozwijać głębsze zrozumienie matematyki i aktywnie uczestniczyć w procesie nauki²⁷. Takie aktywności zachęcają do aktywnego zaangażowania i ukazują praktyczne znaczenie matematyki poza salą lekcyjną.

Rola nauczycieli

Nauczyciele odgrywają kluczową rolę w skutecznym włączaniu technologii do procesu nauczania, a osiągnięcie tego wymaga ciągłego rozwoju zawodowego w zakresie technologii cyfrowych²⁸. Model TPACK (Technological Pedagogical Content Knowledge) podkreśla, jak istotne jest, aby edukatorzy mieli solidne zrozumienie zarówno technologii, z których korzystają, jak i treści, które nauczają, aby osiągnąć najlepsze wyniki edukacyjne dla swoich uczniów²⁹.



Kiedy narzędzia cyfrowe są wykorzystywane w sposób kreatywny i interaktywny, sprzyjają one rozwijaniu poczucia autonomii, kompetencji i ciekawości wśród uczniów, co z kolei zwiększa

²⁶ Zawodniak, M., et al. (2020). Interactive Learning Environments in Mathematics Education: The Role of Technology. *Mathematics Education Review*, 12(2), 134-150.

²⁷ Ridgway, J., McCusker, S., & Hughes, J. (2013). Real-World Applications in Mathematics Education: Enhancing Engagement and Understanding through Technology. *Journal of Educational Technology*, 22(4), 102-115.

²⁸ Kimmons, R. (2023). *Technology and Teaching in the 21st Century: A Guide for Educators*. Education Press.

²⁹ Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge. *Teachers College Record*, 108(6), 1017-1054.

motywację i poprawia wyniki w nauce³⁰. Ponadto sposób, w jaki nauczyciele wprowadzają te narzędzia do swojego nauczania, wpływa nie tylko na zrozumienie przez uczniów, ale także na ich entuzjazm do nauki. Badania wykazały, że kiedy technologia jest stosowana w sposób interaktywny i ukierunkowany na ucznia, poprawia dynamikę klasy i zwiększa zaangażowanie³¹.

Dodatkowo, cyfrowe metody nauczania promują współpracę wśród uczniów, zachęcając do pracy zespołowej i aktywnego uczestnictwa w procesie uczenia się³². Dzięki przemyślanej i celowej integracji technologii nauczyciele mogą zapewnić, że stanie się ona potężnym narzędziem do głębszego uczenia się, a nie tylko bierną metodą przekazywania treści³³.

C/ UMIEJĘTNOŚCI STEM

Znaczenie umiejętności STEM we wzmacnianiu myślenia matematycznego

Nauki przyrodnicze, technologia, inżynieria i matematyka (STEM) są niezbędnymi narzędziami do zrozumienia otaczającego nas świata i radzenia sobie ze współczesnymi wyzwaniami, takimi jak zmiany klimatyczne i zrównoważony rozwój³⁴. Matematyka, jako kluczowy element STEM, dostarcza metod do analizy danych, modelowania i podejmowania decyzji opartych na dowodach³⁵. Zgodnie z opinią Narodowej Rady Badań, edukacja STEM pomaga rozwijać krytyczne myślenie i wzmacnia związki między teorią a praktycznym zastosowaniem³⁶.

Nauka w ramach STEM to nie tylko nauka oddzielnych przedmiotów – zachęca uczniów do integrowania wiedzy z różnych dziedzin w celu rozwiązywania problemów ze świata rzeczywistego³⁷. Poprzez zajęcia praktyczne uczniowie uczą się wykorzystywać matematykę

³⁰ Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2020). *Self-Determination Theory: Basic Psychological Needs in Motivation, Development, and Wellness*. Guilford Press.

³¹ Passey, D. (2019). *The Impact of Digital Technologies on Education: A Review of International Research*. Taylor & Francis.

³² Selwyn, N. (2022). *Education and Technology: Key Issues and Debates*. Routledge.

³³ Laurillard, D. (2012). *Teaching as a Design Science: Building Pedagogical Patterns for Learning and Technology*. Routledge.

³⁴ Bybee, R. W. (2013). *The Case for STEM Education: Challenges and Opportunities*. National Science Teachers Association.

³⁵ Kelley, T. L., & Knowles, R. T. (2016). *Connecting Mathematics to the World: STEM Strategies for Teaching High School Mathematics*. Wiley.

³⁶ National Research Council. (2012). *A Framework for K-12 Science Education: Practices, Crosscutting Concepts, and Core Ideas*. National Academies Press.

³⁷ Honey, M., Pearson, G., & Schweingruber, H. (2014). *STEM Integration in K-12 Education: Status, Prospects, and an Agenda for Research*. National Academies Press.

jako narzędzie do analizy danych, testowania rozwiązań i dokonywania logicznych prognoz³⁸. Pracując nad projektami STEM, uczniowie rozwijają umiejętności rozwiązywania problemów, kreatywność oraz zdolność stosowania rozumowania matematycznego w różnych kontekstach, od inżynierii po badania naukowe.

Projekt Enigmathico opiera się na tym koncepcie, integrując zadania matematyczne oparte na STEM, które zachęcają uczniów do myślenia krytycznego i stosowania swojej wiedzy matematycznej w znaczący sposób. Angażując się w problemy ze świata rzeczywistego związane zrównoważonym rozwojem i innowacjami, uczniowie zdobywają pewność w wykorzystywaniu matematyki jako narzędzia do rozumienia i rozwiązywania wyzwań.

Myślenie matematyczne a rola edukacji STEM w rozwiązywaniu współczesnych wyzwań

Myślenie matematyczne jest kluczowe dla analizy i zrozumienia współczesnych wyzwań społecznych i środowiskowych. Umożliwia przetwarzanie danych, rozpoznawanie wzorców oraz budowanie modeli wyjaśniających zjawiska zachodzące w rzeczywistości – takie jak zmiany klimatu czy zarządzanie zasobami³⁹. Matematyka to nie tylko liczby – to **uporządkowany sposób myślenia**, który pozwala ocenić skuteczność rozwiązań i podejmować świadome decyzje⁴⁰.

W dzisiejszym świecie, w którym dane są wszechobecne, **rozumowanie matematyczne odgrywa zasadniczą rolę w analizowaniu i interpretowaniu informacji**. Ma ono kluczowe znaczenie w podejmowaniu decyzji w nauce, gospodarce i działaniach na rzecz zrównoważonego rozwoju⁴¹. Dzięki analizie statystycznej, modelowaniu danych czy teorii prawdopodobieństwa, naukowcy mogą przewidywać zmiany klimatyczne, oceniać ryzyko i projektować strategie ograniczania wpływu człowieka na środowisko⁴². Modele matematyczne pozwalają mierzyć ślad węglowy, analizować skutki wylesiania czy oceniać efektywność odnawialnych źródeł energii⁴³.

Projekt Enigmathico nawiązuje do tego podejścia, integrując rozwiązywanie problemów matematycznych z realnymi wyzwaniami środowiskowymi. Poprzez praktyczne, oparte na

³⁸ Margot, K. C., & Kettler, T. (2019). Student Attitudes toward STEM: A Review of the Literature and Implications for STEM Education. *International Journal of STEM Education*, 6(1), 1-16.

³⁹ McAfee, R. (2014). *Mathematics for Sustainable Development: Making Connections with Real-World Problems*. Springer.

⁴⁰ Schoenfeld, A. H. (2019). *Mathematical Problem Solving*. Academic Press.

⁴¹ Devlin, K. (2021). *The Joy of x: A Guided Tour of Math, from One to Infinity*. Penguin Books.

⁴² Kaper, H., & Engler, J. (2013). *Using Mathematics to Solve Real-World Problems*. Springer.

⁴³ Ellen MacArthur Foundation. (2013). *Towards the Circular Economy: Economic and Business Rationale for an Accelerated Transition*. Ellen MacArthur Foundation.

eksploracji zadania, uczniowie przekonują się, że matematyka to nie tylko szkolny przedmiot, ale potężne narzędzie do rozumienia i zmieniania świata.

Poza zmianami klimatycznymi, **myślenie matematyczne wspiera podejmowanie trafnych decyzji w różnych dziedzinach życia**. Uczniowie mogą np. analizować dane klimatyczne, badać efektywność źródeł energii odnawialnej czy obliczać wpływ działalności człowieka na ekosystemy. Tego rodzaju zastosowania sprawiają, że nauka matematyki staje się bardziej znacząca i powiązana z rzeczywistością.

Włączając do edukacji matematycznej rzeczywiste problemy, uczniowie uczą się interpretować dane, myśleć logicznie i stosować rozumowanie ilościowe w kontekście współczesnych wyzwań. Takie interdyscyplinarne podejście, wspierane przez edukację STEM, przygotowuje ich do przyszłości, w której kompetencje matematyczne będą niezbędne do podejmowania świadomych decyzji i tworzenia innowacyjnych rozwiązań⁴⁴.



„Największym wyzwaniem w nauczaniu matematyki jest nadanie sensu nauce przez powiązanie jej z codziennym życiem – jak choćby obliczanie kosztów szkolnej wycieczki czy zliczanie punktów w czasie zajęć sportowych.”

— Elodie DESABIE, nauczycielka edukacji wczesnoszkolnej, Francja

Projekt Enigmathico integruje kluczowe umiejętności życiowe z edukacją matematyczną, koncentrując się na krytycznym myśleniu, współpracy, wytrwałości oraz kompetencjach

⁴⁴ World Economic Forum. (2020). The Future of Jobs Report 2020. WEF.

cyfrowych. Łącząc opowiadanie historii, rozwiązywanie problemów i interdyscyplinarne podejście, stwarza angażujące środowisko nauki, w którym uczniowie mogą głęboko poznawać pojęcia matematyczne, współpracować i z determinacją pokonywać trudności. To podejście rozwija kreatywność, elastyczność i logiczne myślenie, czyniąc matematykę bardziej dostępną i użyteczną w realnym świecie.

Zdolność matematyczna to nie tylko znajdowanie poprawnych odpowiedzi, lecz przede wszystkim uczenie się myślenia, refleksji i niepoddawania się. Enigmathico wspiera tę postawę, oferując strategie, które łączą matematykę z rzeczywistymi problemami, takimi jak zrównoważony rozwój czy innowacje. Metody te rozwijają także kompetencje cyfrowe i STEM, umożliwiając uczniom analizowanie danych, rozwiązywanie złożonych problemów i podejmowanie decyzji w dynamicznie zmieniającym się świecie. Dzięki temu Enigmathico nie tylko rozwija umiejętności matematyczne, ale także uczy, jak wykorzystywać je w praktyce.



CZĘŚĆ 4: INKLUZJA I RÓŻNORODNOŚĆ



W tym rozdziale omówimy korzyści płynące z dostosowywania praktyk pedagogicznych do zróżnicowanych grup uczniów, wykorzystania metod nieformalnych w celu uczynienia matematyki bardziej dostępną dla uczniów z mniej uprzywilejowanych środowisk oraz tworzenia treści edukacyjnych odzwierciedlających kulturę i społeczną różnorodność Europy.

A/ DOSTOSOWANIE PRAKTYK PEDAGOGICZNYCH

W tej części omówione zostaną trudności, jakie mogą napotykać uczniowie o różnych potrzebach edukacyjnych podczas nauki matematyki w tradycyjny sposób, oraz możliwe sposoby dostosowania praktyk pedagogicznych. Trudności mogą wynikać z różnych czynników, takich jak specyficzne trudności w uczeniu się, język używany w domu różniący się od języka nauczania, czy niepełnosprawności. Choć różne grupy uczniów mają odmienne potrzeby, możliwe jest wprowadzenie zmian, które – jak wykazano – przynoszą korzyści większości, a często wszystkim uczniom.

Liczby	Grupy o zróżnicowanych potrzebach edukacyjnych
6 do 8 % dzieci we Francji ⁴⁵	Uczniowie z trudnościami w uczeniu się
11,5 % uczniów w UE ⁴⁶	Uczniowie, których językiem ojczystym nie jest język nauczania
Okolo 5% rodzin żyjących w UE ⁴⁷	Dzieci z niepełnosprawnościami
0.5 do 5 na każde 1000 dzieci ⁴⁸	Dzieci urodzone z głuchotą lub tracące słuch we wczesnym dzieciństwie
6/10000 dzieci w krajach rozwiniętych ⁴⁹	Dzieci niewidome

Nie ma oficjalnych statystyk dotyczących liczby **uczniów z określonymi zaburzeniami w nauce** (Dys), ale według różnych szacunków, około dwóch uczniów na klasę liczącą dwadzieścia osób może mieć takie trudności. Uczniowie ci mogą mieć trudności specyficzne dla matematyki (dyskalkulia) lub trudności w innych dziedzinach, które mogą wpływać na ich ogólny proces uczenia się (dysleksja, dysfazja, dyspraxja...).

- **Dyskalkulia** powoduje uporczywe trudności z poczuciem liczby, obliczeniami i rozumowaniem matematycznym. Uczniowie często nie robią postępów od podstawowych do bardziej

⁴⁵ Fédération Française des DYS, 2025.

⁴⁶ European Commission, 2024.

⁴⁷ European Disability Forum, 2020.

⁴⁸ World Health Organisation, 2021.

⁴⁹ Yekta et al., 2022.



zaawansowanych umiejętności, mogą mieć także trudności z pamięcią, organizowaniem i rozwiązywaniem problemów⁵⁰. Skuteczne strategie obejmują manipulowanie materiałem, wsparcie wizualne, stopniowe wsparcie i zadania osadzone w kontekstach życia codziennego. Kładzenie nacisku na zrozumienie, a nie na zapamiętywanie oraz dopuszczanie alternatywnych metod rozwiązywania problemów sprzyja inkluzji i motywacji⁵¹.

- **Dysleksja** wpływa głównie na czytanie i przetwarzanie języka, ale ma także wpływ na matematykę. Uczniowie mogą mylić symbole, mieć trudności z czytaniem instrukcji lub z wykonywaniem operacji wieloetapowych (FFDYS, 2025). Często występują problemy z pamięcią roboczą i sekwencjonowaniem. Aby pomóc tym uczniom, nauczyciele powinni ograniczyć tekst pisany, stosować czcionki o czytelnej czcionce i odpowiednim odstępie, a instrukcje przedstawiać zarówno ustnie, jak i wizualnie. Metody wielozmysłowe i kontekstowe (np. opowiadanie historii, ruch) wspierają zrozumienie i redukują niepokój⁵².

Ponieważ **dzieci z niepełnosprawnościami** stanowią grupę heterogeniczną, trudno jest dokonywać ogólnych uogólnień. Niemniej jednak, większość niepełnosprawności powoduje trudności w matematyce w różny sposób. Oto dwa przykłady:

- **Dzieci urodzone głuche lub rozwijające utratę słuchu w dzieciństwie** konsekwentnie napotykają trudności w matematyce, szczególnie jeśli ich dostęp do języka jest ograniczony przez niewystarczającą ekspozycję na język migowy od najmłodszych lat⁵³. Kwalifikowani tłumacze, materiały wizualne, technologie wspomagające oraz inkluzywne metody pedagogiczne są niezbędne, aby sprostać tym wyzwaniom.
- **Dzieci niewidome** również napotykają istotne trudności w nauce matematyki z powodu abstrakcyjnego sposobu, w jaki jest często nauczana⁵⁴. Metody poprawiające ich zdolności matematyczne mają na celu jak najbardziej zobrazowanie pojęć abstrakcyjnych. Na przykład, używanie abakusa, grafik dotykowych i materiałów, które można manipulować, są niezbędne do osiągnięcia sukcesu.

Uczniowie, których język ojczysty różni się od języka nauczania, mogą także napotkać trudności w śledzeniu programu nauczania. Bariery językowe mogą powodować słabe wyniki w matematyce, ponieważ słaba umiejętność rozumienia tekstu w języku nauczania, jak pokazano w badaniach, przewiduje osiągnięcia w matematyce⁵⁵. Dlatego połączenie poprawy umiejętności czytania i liczenia jest konieczne, aby poprawić ogólne kompetencje tych uczniów.

⁵⁰ Hasselbring, Lott & Zydney, 2006.

⁵¹ Bašić et al., 2021.

⁵² Bishara, 2018.

⁵³ Reis, 2024. Short & McLean, 2023.

⁵⁴ Braward, 2016.

⁵⁵ Greisen et al., 2016.

Dla tych uczniów korzystne jest także włączenie manipulacji obiektami i zapisywanie instrukcji w prostym i przejrzystym języku.

Ostatecznie wszyscy uczniowie ze specjalnymi potrzebami korzystają z aktywnego uczenia się w nauczaniu matematyki, ponieważ udowodniono, że poprawia to ich obraz siebie oraz motywację do nauki matematyki. Różne strategie okazały się pomocne dla uczniów z zaburzeniami w nauce, różnymi językami ojczystymi lub niepełnosprawnościami. Strategie, które są istotne w przypadku zestawów Enigmathico to:

Strategia	Opis
Manipulacja	• Pozwalanie uczniom na manipulowanie przedmiotami konkretnego typu – umożliwia uczniom bezpośrednią interakcję z materiałem dydaktycznym, co ułatwia zrozumienie abstrakcyjnych pojęć matematycznych.
Metody multisensoryczne	• Zróżnicowanie podejść wizualnych, słuchowych i kinestetycznych – stosowanie różnych metod nauczania dostosowanych do różnych stylów uczenia się uczniów pomaga w lepszym przyswajaniu materiału.
Nauczanie kontekstowe	• Łączenie pojęć z doświadczeniami z życia codziennego – powiązanie matematyki z realnymi sytuacjami sprawia, że nauka staje się bardziej zrozumiała i ma praktyczne zastosowanie.
Umiejętność dostosowania	• Nauczanie różnych strategii rozwiązywania problemów – umożliwia uczniom wybór najbardziej odpowiedniej metody w zależności od sytuacji, co rozwija ich elastyczność i umiejętność dostosowywania rozwiązań.
Prowadzone rozwiązywanie problemów	• Prowadzenie uczniów przez proces za pomocą wyraźnych wskazówek – jasne instrukcje pomagają uczniom zrozumieć każdy krok w rozwiązywaniu problemu, co zwiększa pewność siebie i efektywność nauki.
Zachęcanie do matematycznej dyskusji i interakcji	• Planowanie czasu na interakcję między uczniami w celu omówienia nowych pojęć – wymiana pomysłów i dyskusje między uczniami

	sprzyjają głębszemu zrozumieniu materiału oraz rozwijają umiejętności komunikacyjne.
Aktywne uczenie się	• Zachęcanie uczniów do aktywnego udziału w nauce poprzez eksperymentowanie, manipulowanie i rozwiązywanie problemów – aktywne podejście do nauki angażuje uczniów, co sprzyja lepszemu przyswajaniu wiedzy.
Poprawa umiejętności czytania i pisanie	• Opanowanie języka edukacyjnego jest niezbędne dla sukcesu w matematyce – zrozumienie specjalistycznego języka matematycznego umożliwia uczniom skuteczne przyswajanie pojęć i rozwiązywanie problemów.
Jasne i wyraźne formułowanie poleceń i wyjaśnień	• Rozpoczęcie lekcji od wyraźnego wyjaśnienia aktywności – jasne przedstawienie celu i przebiegu lekcji na początku zajęć pozwala uczniom lepiej przygotować się do nauki i zrozumieć, co będą robić.

Podsumowując, wszystkie te strategie wspierają inkluzję uczniów z różnymi zaburzeniami, zdolnościami i umiejętnościami językowymi, ale mogą również być pomocne i motywujące dla ich rówieśników. Pudełka Enigmathico stanowią solidną podstawę do wdrażania wszystkich tych metod. Elodie DESABIE, nauczycielka szkoły podstawowej w strefie priorytetowej, podkreśliła, że najważniejszym aspektem w nauczaniu jest umiejętność nauczyciela „**mnożenia podejść, improwizowania, sięgania po uczniów i akceptowania odchyleń od planu na bieżąco**”.

B/ OGRANICZANIE NIERÓWNOŚCI

Ta sekcja omówi związek między niższym statusiem społeczno-ekonomicznym a matematyką oraz co można zrobić, aby rozwiązać ten problem. Udowodniono, że największym czynnikiem wpływającym na sukces w matematyce jest tło społeczne i ekonomiczne ucznia⁵⁶. Jest to problem, ponieważ matematyka nie jest tylko przedmiotem akademickim. Trudności z matematyką na wczesnym etapie mogą negatywnie wpłynąć na resztę życia akademickiego ucznia oraz jego przyszłe możliwości zawodowe. Matematyka jest często niezbędna do dostępu do bardziej lukratywnych dziedzin, co umożliwia mobilność społeczną. W ten sposób

⁵⁶ Rittle-Johnson et al., 2016.

edukacja może być „wielkim wyrównywaczem”, dającym każdemu takie same szanse na sukces, jak powiedział Horace Mann ponad sto lat temu⁵⁷. Jednak jest to prawdą tylko wtedy, gdy edukacja zapewnia wszystkim równe możliwości i dostęp do nauki.

Uczniowie z uboższego tła społeczno-ekonomicznego mają trudności z matematyką już od samego początku swojej edukacji szkolnej. Rzeczywiście, dzieci w wieku przedszkolnym z ubogich środowisk mają tendencję do osiągania gorszych wyników w umiejętnościach matematycznych, nawet gdy pracują z reprezentacjami ilości bez używania symboli, liczb czy słów.

„Większość moich uczniów to osoby uczące się poprzez mówienie, więc mają trudności z umiejętnościami czytania i pisania. To odbija się również na umiejętnościach matematycznych, gdzie mają trudności ze zrozumieniem liczb. Łączą je bez refleksyjnego myślenia: $789 = 7 + 8 + 9$; 4 paczki po 6 cukierków to 10 cukierków ($4 + 6$).”

Elodie DESABIE, nauczycielka szkoły podstawowej, Francja

Można to wyjaśnić jakością i ilością ćwiczeń związanych z matematyką w przedszkolu, a także rodzajem aktywności matematycznych wykonywanych (lub niewykonywanych) w domu. W trakcie nauki w szkole podstawowej różnice w poziomie między dziećmi z różnych środowisk utrzymują się i mają tendencję do pogłębiania się. Można to wyjaśnić słabszymi umiejętnościami na początku oraz faktem, że dzieci z mniej uprzywilejowanych środowisk mogą mieć ograniczony dostęp do wysokiej jakości możliwości edukacyjnych.

Jak można rozwiązać ten problem? Wiele z omawianych wcześniej aktywnych metod jest odpowiednich dla uczniów z mniej uprzywilejowanych środowisk. Należy jednak podkreślić ważny punkt. Uczniowie ci mają tendencję do błędnego interpretowania intencji nauczyciela, gdy sens zadania, jego cel oraz metody osiągania pożądanych rezultatów pozostają niejawne.

„Dla uczniów mających trudności z nauką istnieje obawa przed liczbami, która uniemożliwia im myślenie. Zrozumienie tekstu oraz brak nawyku poświęcania czasu na przemyślenie odpowiedzi również stanowi problem. Wreszcie, kiedy nie znajdują rozwiązania za pierwszym razem, trudno im to zaakceptować i szukają innej drogi do rozwiązania problemu”.

Elodie DESABIE, nauczycielka szkoły podstawowej, Francja

W związku z tym bardzo ważne jest, aby pedagogika była zarówno widoczna, jak i jednoznaczna.

Trzy metody, które okazały się szczególnie pomocne dla tych uczniów, zostały dokładnie zbadane:

⁵⁷ Duncan (2025)

Metody	Korzyści	Uwagi	Dobre praktyki
Wspólne rozwiązywanie problemów	Sprawczość uczniów, zaangażowanie	Metody prowadzące do osiągnięcia rezultatów muszą być jasno przedstawione.	Poproś uczniów, aby wyjaśnili, w jaki sposób rozwiązali problem, i udziel im szczegółowej informacji zwrotnej.
Gamifikacja	Przyjemność z nauki, satysfakcja	Cel danej aktywności powinien być wyraźnie określony.	Określ cel dydaktyczny aktywności przed jej rozpoczęciem i zapytaj uczniów na końcu, czego się nauczyli.
Nauczanie kontekstowe	Znaczenie i użyteczność przedmiotu	Przekładanie problemów z rzeczywistości na pojęcia matematyczne może być trudne.	Zapewnij wsparcie i jasno pokazuj przejście od nieformalnego rozwiązywania problemów do pojęć matematycznych.

Te strategie wspierają nie tylko uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się, ale także pomagają tworzyć inkluzywne środowisko edukacyjne, które przynosi korzyści wszystkim uczniom, przeciwdziałając nierównościom w edukacji matematycznej. Metoda Enigmathico może odpowiedzieć na wszystkie te potrzeby, oferując wysokiej jakości, niskokosztowe i łatwe do wdrożenia narzędzia pedagogiczne. Celem jest zapewnienie, aby wszystkie szkoły – niezależnie od zasobów – mogły wziąć w tym udział.

C/ REPREZENTACJA KULTUROWA I ZRÓŻNICOWANA TEMATYKA

Poprzednie zagadnienia omówione w tym rozdziale dotyczą różnych aspektów inkluzyjności. Ostatni, choć nie mniej istotny, to kwestia **reprezentacji**. Powszechnie wiadomo, że w naukach STEM (nauka, technologia, inżynieria i matematyka) często obserwuje się brak różnorodności. Mamy do czynienia z niedoreprezentowaniem uczniów i specjalistów pochodzących z różnych środowisk etnicznych, narodowych i kulturowych, o różnych możliwościach i zdolnościach. Wspieranie wzmocnienia pozycji tych grup wymaga dostosowania metod nauczania i poprawy reprezentacji.

Ponieważ pudełka Enigmathico łączą opowiadanie historii z matematyką, stanowią doskonałą okazję do pokazania postaci, które w zbiorowej wyobraźni nie są typowo kojarzone z sukcesami w matematyce. Dzięki integracji różnorodnych narracji kulturowych, podejście to ma również na celu przełamywanie stereotypów związanych z matematyką i uczynienie jej bardziej inkluzyjną. Co więcej, prezentowanie pozytywnych i różnorodnych **wzorców** może pomóc uczniom odczuwać dumę ze swojej tożsamości i przełamywać powszechne uprzedzenia dotyczące tego, kto „jest dobry z matematyki”. Widząc w materiałach edukacyjnych odzwierciedlenie swoich unikalnych zainteresowań i tożsamości, uczniowie mogą być bardziej zmotywowani i zaangażowani.

Obiecującym i rozwijającym się kierunkiem badań jest **etnomatematyka**. Skupia się ona na kulturowych aspektach matematyki, badając, jak rozumienie matematyczne różni się w zależności od kultury i jak jest stosowane w rozwiązywaniu problemów życia codziennego. Etnomatematyka odgrywa kluczową rolę w budowaniu bardziej inkluzyjnego nauczania, ponieważ ukazuje, że matematyka nie jest jednolitym, uniwersalnym językiem, lecz tworem kształtowanym przez kulturę i kontekst. Odnoszenie matematyki do doświadczeń i kultury uczniów może ułatwić tworzenie sensownych powiązań, łączyć ją z codziennym życiem oraz pogłębiać zrozumienie treści matematycznych. Aby to podejście było skuteczne, nauczyciele powinni posiadać wiedzę i szacunek wobec kultury swoich uczniów. Wykorzystując autentyczne przedmioty kulturowe i problemy życia codziennego, nauczyciele mogą pomóc uczniom przejść od nieformalnego rozwiązywania problemów do akademickiej matematyki. To podejście ma również wartość w rozwijaniu umiejętności krytycznego myślenia.



Przykłady praktyk etnomatematycznych	Zastosowanie
Badanie tradycyjnych wzorów i geometrii	– Uczniowie mogą analizować i odtwarzać wzory geometryczne pochodzące z ich własnego dziedzictwa kulturowego. – Nauczyciele mogą wprowadzać pojęcia symetrii, przekształceń i fraktali, badając rzeczywiste artefakty kulturowe.
Matematyka w architekturze i budownictwie	– Uczniowie mogą badać lokalne budowle architektoniczne, aby zrozumieć, jak stosuje się geometrię i fizykę. – Nauczyciele mogą zlecać projekty praktyczne, w których uczniowie projektują prosty budynek lub most z wykorzystaniem obliczeń matematycznych.
Kulturowe systemy liczenia	– Uczniowie mogą badać i porównywać różne kulturowe systemy liczenia i miar.
Matematyka uliczna i rozwiązywanie codziennych problemów	– Nauczyciele mogą organizować scenki odgrywania ról, w których uczniowie wcielają się w sprzedawców na targu i wykonują obliczenia w czasie rzeczywistym bez użycia kalkulatorów.

Te praktyki mogą pokazać uczniom, że matematyka jest powiązana z różnorodnymi sytuacjami życiowymi, problemami i możliwościami, pomagając im w budowaniu własnej tożsamości oraz poszerzaniu wiedzy o różnych kulturach.

Podsumowując, tworzenie treści edukacyjnych odzwierciedlających kulturową i społeczną różnorodność Europy i świata, dostosowywanie praktyk pedagogicznych oraz wykorzystywanie metod pozaformalnych w celu uczynienia matematyki bardziej dostępną dla zróżnicowanych grup uczniów — może przynieść korzyści wszystkim.

CZĘŚĆ 5: EWALUACJA I CIĄGŁE DOSKONALENIE



Mówiąc o ewaluacji, musimy uwzględnić również pojęcie uczenia się, ponieważ są one ze sobą ściśle powiązane. Wzajemnie na siebie wpływają, a co za tym idzie – kształtują to, czego się uczymy⁵⁸. W ostatnich latach polityki edukacyjne w Europie koncentrowały się na trzech ujęciach oceny:

- Ocena uczenia się.
- Ocena **dla** uczenia się.
- Ocena **jako** metoda uczenia się.

Wykorzystywanie ewaluacji jako strategii uczenia się pozwala uczniom lepiej zrozumieć swój proces nauki i przygotowuje ich do bycia **autonomicznymi uczniami, zdolnymi do samooceny**. Jednakże stosowanie ewaluacji jako metody uczenia się wymaga od europejskich szkół nieustannego opracowywania i wdrażania **nowych narzędzi oceny**⁵⁹. Dlatego uważamy za istotne wyposażenie nauczycieli w zestaw narzędzi ewaluacyjnych, które pozwolą mierzyć wpływ metody Enigmathico na uczniów i środowisko edukacyjne.

W kolejnych rozdziałach przedstawiamy jakościowe wskaźniki, strategie oceny oraz przyszłe perspektywy, które pozwolą zakotwiczyć wpływ projektu w dłuższej perspektywie. Narzędzia te są łatwe do dostosowania do różnych kontekstów edukacyjnych.

A/ WSKAŹNIKI EWALUACJI

Jak mierzyć wpływ podejścia Enigmathico na umiejętności uczniów?

Istnieje szereg dostępnych i praktycznych narzędzi, które można zastosować do pomiaru wpływu podejścia Enigmathico. Każda strategia wyznacza inne cele, które należy zdefiniować z wyprzedzeniem, aby wybrać najodpowiedniejsze narzędzie. Istnieją cztery główne aspekty, które można ocenić w odniesieniu do metody Enigmathico:

⁵⁸ European Commission: Directorate-General for Education, Youth, Sport and Culture, *Key competences for lifelong learning*, Publications Office, 2019, <https://data.europa.eu/doi/10.2766/569540>

⁵⁹ *Assessment Tools for the Primary Cycle of the European Schools, Schola Europaea / Office Of The Secretary-General Pedagogical Development Unit*, September 2024. <https://www.eursc.eu>.

Rozwój umiejętności matematycznych

Zalecamy systematyczne uwzględnianie **testów wstępnych i końcowych**, aby zapewnić długoterminowe śledzenie postępów uczniów oraz umożliwić porównanie przed i po wdrożeniu metody.

- Testy te koncentrują się na kompetencjach matematycznych omawianych w zestawach (rozumowanie, rozwiązywanie problemów).
- Mogą przyjąć formę **kwestionariuszy samooceny**, które rozwijają autonomię uczniów oraz ich umiejętności metakognitywne (refleksję nad własnym uczeniem się). Na przykład, możesz zastosować metodę 3,2,1 na koniec aktywności:
 - 3 rzeczy, których się nauczyłem
 - 2 pytania, które zadam
 - 1 spostrzeżenie, które mam⁶⁰.

Obserwacja to kolejna kluczowa praktyka w nauczaniu i uczeniu się. Narzędzia oceny i twoja profesjonalna ocena informują cię o tym, jak uczniowie **angażują się w aktywności**

Enigmathico. Obserwacja gwarantuje empiryczną ewaluację podczas wdrażania zestawów oraz zewnętrzną perspektywę z punktu widzenia uczniów.

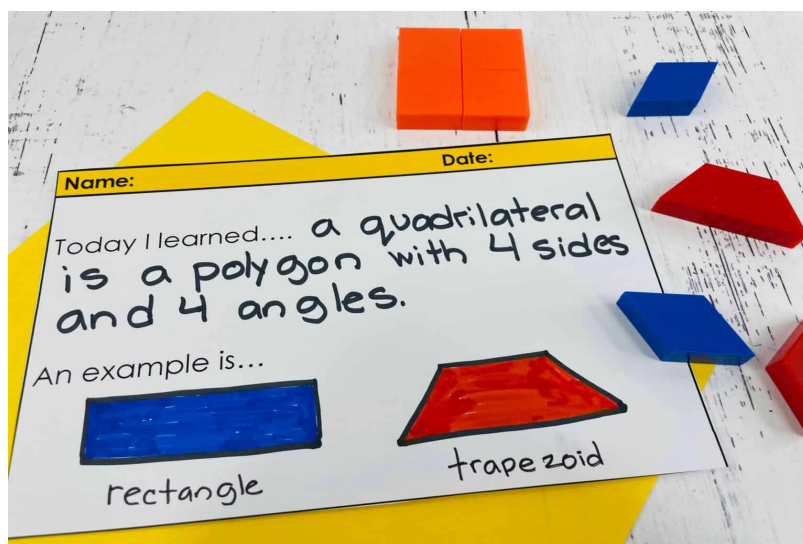
Integracja umiejętności czytania i pisania z umiejętnościami matematycznymi

Biorąc pod uwagę, że działania Enigmathico opierają się na umiejętnościach czytania i pisania, zachęcamy do rozszerzenia tej międzyprzedmiotowej perspektywy na metody oceny. Na przykład:

- Zachęć uczniów do pisania **krótkich dzienników refleksyjnych**, w których opisz, jak rozwiązyli zagadkę lub wyjaśnią pojęcia matematyczne własnymi słowami. To ćwiczenie rozwija słownictwo krytyczne oraz myślenie, a w efekcie wzmacnia umiejętności związane z czytaniem i pisanem.

⁶⁰ "Peer and Self-Assessment for Students", January 6, 2025.

<https://education.nsw.gov.au/teaching-and-learning/professional-learning/teacher-quality-and-accreditation/strong-start-great-teachers/refining-practice/peer-and-self-assessment-for-students#tabs2>.



Source: <https://mrelementarymath.com/student-math-reflection/>

- Możesz także wprowadzić konstruktywny dialog krytyczny poprzez **ocenianie rówieśnicze**. Ta metoda wymaga, aby uczniowie rozumieli cele i kryteria oceny. Można je opracować wspólnie, aby uczniowie zrozumieli, co oznacza jakość w kontekście nauki.

 Znajdziesz strategie oceniania rówieśniczego [tutaj](#)

Zaangażowanie i motywacja

Oprócz oceny wpływu na umiejętności matematyczne i językowe uczniów, możesz obserwować ich zaangażowanie w przedstawiane zagadnienia. To pomoże ocenić skuteczność narzędzi oraz wskazać zmiany, które należy wprowadzić.

- Przeprowadzaj **szybkie ankiety dla uczniów**. Po zakończeniu aktywności Enigmathico, uczniowie mogą ocenić swoje zaangażowanie i przyjemność z nauki na prostej skali (np. „Jak angażująca była ta aktywność? Co ci się podobało najbardziej/najmniej?”).
- **Obserwacje nauczyciela**: Jak często uczniowie uczestniczą dobrowolnie? Czy są bardziej zaangażowani, gdy pracują w grupach, czy indywidualnie? Czy wykazują wytrwałość w rozwiązywaniu wyzwań? Spędzają więcej czasu na tradycyjnych ćwiczeniach, czy na graficznych aktywnościach matematycznych?

Wpływ na inkluzję

Inkluzja jest sercem podejścia Enigmathico. Oto kilka wskaźników, które możesz obserwować, aby zapewnić inkluzję:

- **Adaptacje dla uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi:** Czy uczniowie z trudnościami w nauce skorzystali na podejściu opartym na opowiadaniu historii? Czy elementy praktyczne, takie jak dotykowe pudełka STEAM, były skuteczne dla uczniów z trudnościami w nauce? Czy udało Ci się dostosować pudełka do różnych potrzeb uczniów?
- **Współpraca uczniów:** Czy uczniowie pomagają sobie nawzajem w rozwiązywaniu problemów? Czy uczniowie z różnych środowisk biorą równo udział w zadaniach?

Wpływ nauczyciela

Ocena wpływu metody nie ogranicza się wyłącznie do uczniów. Zalecamy również dokumentowanie i ocenę skuteczności pracy nauczycieli, aby udoskonalić metodologię i dostosować narzędzia do ich potrzeb. Oto kilka wskaźników, które można zmierzyć:

- **Zgodność z podstawą programową:** Można opracować szablony konspektów lekcji, aby dokumentować dostosowania, które wprowadzasz, by dopasować się do krajowych programów nauczania. Takie dokumenty można udostępniać w szkole lub grupom fokusowym, aby wspólnie zastanowić się nad możliwymi usprawnieniami.
- **Skuteczność szkoleń:** Ankiety po warsztatach mogą mierzyć poziom pewności siebie w stosowaniu strategii Enigmathico. Identyfikacja luk pozwala na dostosowanie i wzbogacenie programu szkoleniowego.
- **Dziennik wdrażania:** Zachęcamy do prowadzenia dziennika dokumentującego wdrażanie metody oraz jej stopniowe udoskonalanie.

B/ INFORMACJA ZWROTNA

Podczas gdy poprzednia sekcja koncentrowała się na ocenie skuteczności Enigmathico, ta część dotyczy sposobów zbierania informacji zwrotnej. To zadanie jest kluczowe dla udoskonalania narzędzi i dostosowywania ich do potrzeb użytkowników. Zachęcamy do wdrożenia uporządkowanego systemu zbierania opinii, aby zapewnić ciągłe dostosowywanie metodologii.

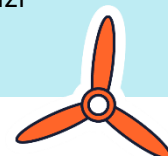


Metody zbierania danych

Oto zestaw narzędzi, które możesz wykorzystać w swojej klasie:

- **Ankiety dla nauczycieli i uczniów:** Powinny być krótkie i przystępne, tak aby można je było włączyć do codziennych obowiązków. Można je rozdawać przed, w trakcie lub po zajęciach, aby monitorować wpływ na różnych etapach realizacji aktywności.
- **Grupy fokusowe:** Regularne dyskusje podczas warsztatów lub spotkań szkolnych, które umożliwiają wymianę dobrych praktyk opartą na wartościowej, jakościowej informacji zwrotnej. Takie rozmowy promują różnorodne punkty widzenia i doświadczenia, które wzbogacają zawartość zestawów.
- **Obserwacje lekcji:** Ustandaryzowane szablony obserwacji, które można wypełniać podczas realizacji projektu. Te obserwacje dokumentują reakcje uczniów na aktywności, ich zaangażowanie oraz umiejętność pracy w grupie i rozwiązywania problemów.

→ Biuro Sekretarza Generalnego Szkół Europejskich sporządziło listę przydatnych narzędzi oceny: [zobacz narzędzia](#).



Wykorzystanie danych

Zebrane dane służą do udoskonalania materiałów i dostosowywania metodologii. Oto kilka sugestii, jak można je wykorzystać:

- **Dostosowanie aktywności:** Modyfikuj działania na podstawie obserwacji oraz informacji zwrotnej dotyczącej zaangażowania uczniów i poziomu ich zrozumienia. Na przykład, jeśli uczniowie mają trudności z określonym typem zagadki, zaproponuj alternatywne techniki lub dodatkowe podpowiedzi.
- **Zwiększenie dostępności:** Dostosuj zasoby, aby lepiej wspierać różnorodne potrzeby edukacyjne na podstawie profilu uczniów i zaobserwowanych potrzeb. Przykładowo, niektóre aktywności mogą być opracowane w różnych językach, a inne dostosowane przy użyciu materiałów sensorycznych.



PERSPEKTYWY NA PRZYSZŁOŚĆ

Zasoby i aktywności Enigmathico zostały zaprojektowane tak, aby były **dostępne, trwałe i skuteczne** również dla nauczycieli i specjalistów, którzy nie są zaznajomieni z tą metodą.

Jednym z głównych celów projektu jest integracja z **krajowym programem nauczania**, co umożliwia promowanie innowacyjnej metodologii sprzyjającej włączającemu i pozaformalnemu nauczaniu matematyki. Z tego względu zasoby zostały opracowane tak, by można je było dostosować do różnych potrzeb i realiów edukacyjnych. Są one również dostępne po zakończeniu finansowania projektu, mają charakter otwarty (open-access) i mogą być wykorzystywane w warunkach niskiego budżetu.

Grupy fokusowe to doskonała okazja do refleksji nad tym, jak zintegrować Enigmathico z programem nauczania i planem dydaktycznym szkoły. Może to zaowocować sesjami mentoringu rówieśniczego, w których szkoli się przyszłych użytkowników lub webinariami, podczas których można dzielić się swoimi spostrzeżeniami, historiami sukcesu i wyzwaniem.

Naszym celem jest, aby metoda Enigmathico pozostała **dynamicznym i stale rozwijającym się** narzędziem, wspierającym nauczycieli w całej Europie w pogłębianiu wiedzy i zaangażowania uczniów w naukę matematyki przez wiele kolejnych lat.



ŹRÓDŁA

Wstęp

Schleicher, Andreas, Insights and Interpretations PISA 2022, OECD, 2023.

<https://www.oecd.org/content/dam/oecd/en/about/programmes/edu/pisa/publications/PISA%202022%20Insights%20and%20Interpretations.pdf>.

Rozdział 1

Enseignement non-formel. (2024, 10 septembre). UNESCO UIS.

<https://uis.unesco.org/fr/glossary-term/enseignement-non-formel>

Education formelle/non-formelle/informelle. (2015, 14 octobre). Français.

<https://www.grainesdepaix.org/fr/ressources/dictionnaire/education-formelle-non-formelle-informelle>

O'Malley, E. (2023, June 13). Apprendre à l'école et pour la vie : une approche holistique du développement de l'enfant. *Partenariat mondial pour l'éducation*.

<https://www.globalpartnership.org/fr/blog/apprendre-ecole-pour-vie-approche-holistique-developpement-enfant>

Note d'information (2023, juin). DEPD. <file:///C:/Users/utilisateur11/Downloads/ni-23-31-156437-1.pdf>

Rozdział 2

Zazkis, R., & Liljedahl, P. (2009). Teaching Mathematics as Storytelling: Developing Conceptual Understanding Through Narrative. Sense Publishers. [maths/storytelling](https://www.sensepublishers.com/mathstorytelling)

Rozdział 3

OECD. (2018). The Future of Education and Skills: Education 2030. OECD Publishing.

Boaler, J. (2016). Mathematical Mindsets: Unleashing Students' Potential through Creative Math, Inspiring Messages and Innovative Teaching. Jossey-Bass.

Vygotsky, L. S. (1978). Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes. Harvard University Press.

Facione, P. A. (1990). Critical Thinking: A Statement of Expert Consensus for Purposes of Educational Assessment and Instruction. The Delphi Report. California Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics. Lawrence Erlbaum Associates.

Lipman, M. (2003). *Thinking in Education*. Cambridge University Press.

Boaler, J. (2016). Mathematical Mindsets: Unleashing Students' Potential through Creative Math, Inspiring Messages and Innovative Teaching. Jossey-Bass.

Bressoud, D. M., Rasmussen, C., & Bottenberg, E. (2015). Inquiry-Based Learning: A New Approach to Learning Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 88(3), 287-300.

Dillenbourg, P. (1999). Collaborative Learning: Cognitive and Computational Approaches. Elsevier.

Roschelle, J., & Teasley, S. D. (1995). The Construction of Shared Knowledge in Collaborative Problem-Solving. In *Computer-Supported Collaborative Learning* (pp. 69-97). Springer.

Lai, K. W. (2011). The Impact of Collaborative Learning on Academic Performance: A Meta-analysis of Studies. *Educational Research Review*, 6(1), 15-29.



- Slavin, R. E. (2014). Cooperative Learning and Academic Achievement: Why Does Groupwork Work? *Educational Psychology Review*, 26(3), 1-7.
- Webb, N. M. (2009). The Influence of Peers on Achievement in Collaborative Learning Groups. In *The Cambridge Handbook of the Learning Sciences* (pp. 477-493). Cambridge University Press.
- English, L. D. (2016). STEM Education: A Review of the Literature. *International Journal of STEM Education*, 3(1), 11-21.
- Webb, N. M., & Farivar, S. (1994). *The Effects of Grouping Practices on the Achievement and Communication of Students*. *Journal of Educational Psychology*, 86(2), 348-358.
- Dweck, C. S. (2006). *Mindset: The New Psychology of Success*. Random House.
- Kapur, M. (2016). Productive Failure. *Learning and Instruction*, 41, 1-6. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2015.10.001>
- Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The Power of Feedback. *Review of Educational Research*, 77(1), 81-112. <https://doi.org/10.3102/003465430298487>
- Boaler, J. (2013). *The Importance of Struggle in Learning Mathematics*. Stanford University.
- OECD. (2021). *The OECD Digital Education Outlook 2021: Pushing the Frontiers with Artificial Intelligence, Big Data, and Robotics*. OECD Publishing.
- Redecker, C. (2020). European Framework for the Digital Competence of Educators: DigCompEdu. European Commission. <https://doi.org/10.2760/159770>
- Clark-Wilson, A., Robutti, O., & Thomas, M. O. J. (2014). *Teaching and Learning Mathematics with Technology: Integrating Digital Tools in Education*. Springer.
- Fischer, F., Kollar, I., & Mandl, H. (2022). *Interactive Learning Environments and Simulation: Supporting Conceptual Change in Mathematics Education*. Springer.
- Wang, M., Liu, J., & Yang, L. (2021). Supporting Differentiated Learning in Digital Mathematics Education. *Educational Technology Research and Development*, 69(3), 611-628.
- Zawodniak, M., et al. (2020). Interactive Learning Environments in Mathematics Education: The Role of Technology. *Mathematics Education Review*, 12(2), 134-150.
- Ridgway, J., McCusker, S., & Hughes, J. (2013). Real-World Applications in Mathematics Education: Enhancing Engagement and Understanding through Technology. *Journal of Educational Technology*, 22(4), 102-115.
- Kimmons, R. (2023). *Technology and Teaching in the 21st Century: A Guide for Educators*. Education Press.
- Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge. *Teachers College Record*, 108(6), 1017-1054.
- Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2020). *Self-Determination Theory: Basic Psychological Needs in Motivation, Development, and Wellness*. Guilford Press.
- Passey, D. (2019). *The Impact of Digital Technologies on Education: A Review of International Research*. Taylor & Francis.
- Selwyn, N. (2022). *Education and Technology: Key Issues and Debates*. Routledge.
- Laurillard, D. (2012). *Teaching as a Design Science: Building Pedagogical Patterns for Learning and Technology*. Routledge.
- Bybee, R. W. (2013). *The Case for STEM Education: Challenges and Opportunities*. National Science Teachers Association.
- Kelley, T. L., & Knowles, R. T. (2016). *Connecting Mathematics to the World: STEM Strategies for Teaching High School Mathematics*. Wiley.
- National Research Council. (2012). *A Framework for K-12 Science Education: Practices, Crosscutting Concepts, and Core Ideas*. National Academies Press.



Honey, M., Pearson, G., & Schweingruber, H. (2014). STEM Integration in K-12 Education: Status, Prospects, and an Agenda for Research. National Academies Press.

Margot, K. C., & Kettler, T. (2019). Student Attitudes toward STEM: A Review of the Literature and Implications for STEM Education. *International Journal of STEM Education*, 6(1), 1-16.

McAfee, R. (2014). *Mathematics for Sustainable Development: Making Connections with Real-World Problems*. Springer.

Schoenfeld, A. H. (2019). *Mathematical Problem Solving*. Academic Press.

Devlin, K. (2021). *The Joy of x: A Guided Tour of Math, from One to Infinity*. Penguin Books.

Kaper, H., & Engler, J. (2013). *Using Mathematics to Solve Real-World Problems*. Springer.

Ellen MacArthur Foundation. (2013). *Towards the Circular Economy: Economic and Business Rationale for an Accelerated Transition*. Ellen MacArthur Foundation.

World Economic Forum. (2020). *The Future of Jobs Report 2020*. WEF.

Rozdział 4

Bašić, Aleksandra, Ružica Zdravković Parezanović, Anja Gajić, Bojana Arsić, and Dragana Maćešić Petrović. "Creativity in Teaching Math to Students with Intellectual Disabilities." *International Journal for Innovation Education and Research* 9, no. 6 (June 1, 2021): 400–405. <https://doi.org/10.31686/ijer.vol9.iss6.3198>.

Bishara, Saied, "Active and Traditional Teaching, Self-Image, and Motivation in Learning Math among Pupils with Learning Disabilities", *Cogent Education*, Vol. 5, N° 1, janvier 1, 2018, p. 1436123. <https://doi.org/10.1080/2331186x.2018.1436123>.

Brawand, Anne C, et Nicole M Johnson, "Effective Methods for Delivering Mathematics Instruction to Students with Visual Impairments", *Journal Of Blindness Innovation And Research*, 2016. <https://doi.org/10.5241/6-86>.

CAST, Inc., "Welcoming Interests & Identities", *UDL Guidelines*, 2024. <https://udlguidelines.cast.org/engagement/interests-identities/>.

Duncan, Arne, "Education : The 'Great Equalizer' | Essay by Arne Duncan", *Encyclopedia Britannica*, février 13, 2025. <https://www.britannica.com/topic/Education-The-Great-Equalizer-2119678>.

European Commission, "New Eurobarometer Shows Europeans' Positive Attitude towards Language Learning", European Commission, 2024. https://ec.europa.eu/commission/presscorner/detail/en/ip_24_2686.

European Disability Forum, "The EU Must Protect the Rights of Children with Disabilities", European Disability Forum, Juillet 28, 2020. <https://www.edf-feph.org/newsroom-news-eu-must-protect-rights-children-disabilities/>.

European Dyslexia Association, "No Matter Which Country – No Matter Which Language – Dyslexia Is Everywhere", *EDA*, 2020. <https://eda-info.eu/what-is-dyslexia/>.

Fédération Française des DYS, "FFDYS (2025). LES TROUBLES DYS Ou Troubles Spécifiques Du Langage et Des Apprentissages. <https://www.ffdys.com/Troubles-Dys/>", *FFDYS*, 2025. <https://www.ffdys.com/troubles-dys/>.

Greisen, Max, Carrie Georges, Caroline Hornung, Philipp Sonnleitner, et Christine Schiltz, "Learning Mathematics with Shackles : How Lower Reading Comprehension in the Language of Mathematics Instruction Accounts for Lower Mathematics Achievement in Speakers of Different Home Languages", *Acta Psychologica*, Vol. 221, novembre 1, 2021, p. 103456. <https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2021.103456>.

Hasselbring, Ted S., Alan C. Lott, and Janet M. Zydney. "Technology-Supported Math Instruction for Students with Disabilities: Two Decades of Research and Development." *LD Online (blog)*, 2006. <https://www.idonline.org/ld-topics/assistive-technology/technologysupported-math-instruction-students-disabilities-two>.

Obudo, Francis, "Teaching Mathematics to Students with Learning Disabilities : A Review of Literature", *ERIC*, mars 16, 2008. <https://eric.ed.gov/?q=Obudo%2c+Francis&id=ED500500>.

World Health Organisation, *World Report on Hearing*, World Health Organization, 2021.

Park, Soyoung, Diane Pedrotty Bryant, et Barbara Dougherty, "Actionable 10 : A Checklist to Boost Mathematics Teaching for Students With Learning Disabilities", *Intervention In School And Clinic*, Vol. 56, N° 3, juillet 30, 2020, p. 148-154. <https://doi.org/10.1177/1053451220942189>.

Reis, Nalva Cristina Andrade Dos, "OS DESAFIOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA PARA ALUNOS COM DEFICIÊNCIA AUDITIVA", *Revista Fisio&Terapia*, Vol. 28, N° 136, janvier 1, 2024, p. 29-30. <https://doi.org/10.69849/revistaft/th10247281829>.

Rittle-Johnson, Bethany, Emily R. Fyfe, Kerry G. Hofer, et Dale C. Farran, "Early Math Trajectories : Low-Income Children's Mathematics Knowledge From Ages 4 to 11", *Child Development*, Vol. 88, N° 5, décembre 6, 2016, p. 1727-1742. <https://doi.org/10.1111/cdev.12662>.

Rosa, Milton, et Daniel Clark Orey, "Ethnomathematics : The Cultural Aspects of Mathematics Etnomatemática : Os Aspectos Culturais Da Matemática", *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 4(2). 32-54, janvier 1, 2011. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/3738356.pdf>.

Santos, Stacey, et Sara Cordes, "Math Abilities in Deaf and Hard of Hearing Children : The Role of Language in Developing Number Concepts.", *Psychological Review*, Vol. 129, N° 1, juin 17, 2021, p. 199-211. <https://doi.org/10.1037/rev0000303>.

Short, Dawn S., et Janet F. McLean, "The Relationship between Numerical Mapping Abilities, Maths Achievement and Socioeconomic Status in 4- and 5-year-old Children", *British Journal Of Educational Psychology*, Vol. 93, N° 3, janvier 16, 2023, p. 641-657. <https://doi.org/10.1111/bjep.12582>.

Wright, Pete, Alba Fejzo, et Tiago Carvalho, "Challenging Inequity in Mathematics Education by Making Pedagogy More Visible to Learners", *International Journal Of Mathematical Education In Science And Technology*, Vol. 53, N° 2, juin 6, 2020, p. 444-466. <https://doi.org/10.1080/0020739x.2020.1775320>.

Yekta, Abbasali, Elham Hooshmand, Mohammad Saatchi, Hadi Ostadimoghaddam, Amir Asharlous, Azadeh Taheri, et Mehdi Khabazkhoob, "Global Prevalence and Causes of Visual Impairment and Blindness in Children", *Journal Of Current Ophthalmology*, Vol. 34, N° 1, janvier 1, 2022, p. 1-15. https://doi.org/10.4103/joco.joco_135_21.

Rozdział 5

Assessment Tools for the Primary Cycle of the European Schools, Schola Europaea / Office Of The Secretary-General Pedagogical Development Unit, September 2024. <https://www.eursec.eu>.

European Commission: Directorate-General for Education, Youth, Sport and Culture, *Key competences for lifelong learning*, Publications Office, 2019, <https://data.europa.eu/doi/10.2766/569540>

Greg, "Student Math Reflection Activities That Deepen Understanding - Mr Elementary Math", *Mr Elementary Math*, février 13, 2022. <https://mrelementarymath.com/student-math-reflection/>.

"La formation continue des enseignants - CanoTech", s. d. <https://www.canotech.fr/a/31088/les-differents-types-devaluation>.

"Peer and Self-Assessment for Students", January 6, 2025. <https://education.nsw.gov.au/teaching-and-learning/professional-learning/teacher-quality-and-accreditation/strong-start-great-teachers/refining-practice/peer-and-self-assessment-for-students>.



ENIGMATHICO

Enigmathico to projekt realizowany przez sześć europejskich organizacji, mający na celu przeciwdziałanie nierównościom w nauczaniu przedmiotów STEM.

Łącząc umiejętność czytania i pisanie z matematyką, nasze partnerstwo opracowuje metodologię opartą na edukacji pozaformalnej, aby skuteczniej odpowiadać na potrzeby wszystkich uczniów.

Poznaj zestawy Enigmathico oraz inne materiały dostępne na stronie internetowej projektu:

www.enigmathico.com

Sfinansowane ze środków UE. Wyrażone poglądy i opinie są jedynie opiniami autora lub autorów i niekoniecznie odzwierciedlają poglądy i opinie Unii Europejskiej lub Europejskiej Agencji Wykonawczej ds. Edukacji i Kultury (EACEA). Unia Europejska ani EACEA nie ponoszą za nie odpowiedzialności.

Kod projektu: 2024-1-FR01-KA220-SCH-000250364



Dofinansowane przez
Unię Europejską